

Übungsblatt Nr. 2

Abgabetermin: 26.11.2002 (in der Vorlesung)

Aufgabe 2.1:

Gegeben sei folgende Handlungsanweisung:

- Betrachte einen gegebenen Text t .
- t enthält n verschiedene Zeichen z_i ($i := 0, \dots, n - 1$ mit $n > 1$).
- Bestimme zu jedem Zeichen z_i seine absolute Häufigkeit h_i .
- Erzeuge zu jedem z_i einen (End-)Knoten k_i und markiere ihn mit h_i .
- Wiederhole solange es mehr als einen Knoten gibt, zu dem null oder zwei Kanten führen:
 - Bestimme die Menge aller Knoten, zu denen entweder null oder zwei Kanten führen.
 - Wähle zwei Knoten u und v mit minimaler Markierung $p(u)$ bzw. $p(v)$ aus dieser Menge aus.
 - Erzeuge einen neuen Knoten w und verbinde w durch zwei neue Kanten mit u und v .
 - Markiere die eine neue Kante mit 0, die andere mit 1.
 - Markiere den Knoten w mit $p(u) + p(v)$.

a) Handelt es sich bei dieser Handlungsanweisung um einen Algorithmus? Falls ja: Prüfen Sie, ob dieser Algorithmus die folgenden Eigenschaften aufweist: terminierend, vollständig, determiniert, deterministisch. Begründen Sie Ihre Antworten. (3 Punkte)

b) Mit Hilfe dieser Handlungsanweisung¹ lassen sich beliebige Texte binär so codieren, daß das Codewort besonders kurz wird. Die Codierungsvorschrift in Tabellenform geht aus dem oben entwickelten Konstrukt aus Knoten und Kanten (einem sog. Binärbaum) wie folgt hervor:

¹Dieses Verfahren wurde in den 50er Jahren von David A. Huffman entwickelt und spielt auch heute noch in Kompressionsprogrammen wie gzip eine wichtige Rolle.

- Wiederhole für jeden Endknoten k_i :
 - Durchlaufe den Binärbaum von der Wurzel bis zu k_i und schreibe die Markierungen der durchlaufenen Kanten der Reihe nach von links nach rechts hintereinander. Es ergibt sich eine neue Zeichenfolge f_i . Sie besteht aus Nullen und Einsen.
 - Schreibe z_i (das zu k_i gehörige Zeichen) in die erste Tabellenspalte.
 - Schreibe f_i in die zweite Tabellenspalte.

Codieren Sie Ihren Namen² (Vor- und Nachname durch ein Leerzeichen getrennt) nach diesem Verfahren. Geben Sie den beschrifteten Binärbaum, die daraus abgeleitete Codetabelle und das Codewort an. (5 Punkte)

Aufgabe 2.2:

Entwerfen Sie eine TURING-Maschine, die die Anzahl der Striche auf dem Band verdoppelt. Zu Anfang stehen n (mit $n > 0$) Striche $|$ auf den Band. Alle anderen Felder des Bandes sind mit Leerzeichen \cdot beschrieben. Im Endzustand sollen $2n$ Striche auf dem Band stehen. Alle anderen Felder enthalten wieder Leerzeichen. Sowohl im Anfangszustand als auch im Endzustand soll die Strichfolge nicht von Leerzeichen unterbrochen werden. Beachten Sie auch die in der Vorlesung eingeführte Konvention, daß die Maschine im Anfangs- und Endzustand auf dem Feld rechts neben dem Eingabewort arbeitet. Hinweis: Es ist sinnvoll, mindestens ein Hilfssymbol in das Alphabet B mit aufzunehmen. Geben Sie das Alphabet B , die Zustandsmenge Z , den Anfangszustand, den Endzustand und die TURING-Tafel an. Achten Sie darauf, daß Ihre Lösung gut kommentiert und nachvollziehbar ist. (8 Punkte)

Aufgabe 2.3:

Gegeben sei das Semi-THUE-System $T = (\Sigma, P)$ mit $\Sigma = \{|\}$ und $P = \{|| \rightarrow \varepsilon\}$.

- a) Geben Sie eine mögliche Folge von Ableitungsschritten für das Wort $|||||||$ an. (1 Punkt)
- b) Was berechnet T für Wörter über Σ . Wie ist die Ausgabe von T zu interpretieren? (2 Punkte)
- c) Prüfen Sie, ob T die folgenden Eigenschaften aufweist: vollständig, determiniert. Begründen Sie Ihre Antworten. (1 Punkt)
- d) Beweisen Sie: T terminiert. (2 Punkte)
- e) Formulieren Sie einen MARKOV-Algorithmus T' , der zu T äquivalent ist (T' soll also zu jeder Eingabe dieselbe Ausgabe wie T liefern). (2 Punkte)

²Jede Übungsgruppe einigt sich bitte auf den Namen eines Gruppenmitglieds.