



■ **Hybrid-Vorlesung mit Aufnahme**

- Die Aufnahme ist anschließend in Stud.IP verfügbar
- Nutzen Sie die Gelegenheit zur Live-Veranstaltung!

■ Wir nehmen auf

- Folien, Dozent, Live-Audio sowie BBB-Audio
- **Ihre Stimme** beim Fragen und Sprechen
- **Durch aktive Teilnahme erklären Sie sich einverstanden!**

■ Fragen: Live, im Chat, Sprechen in der BBB-Sitzung



Technische
Universität
Braunschweig

 Institute of Operating Systems
and Computer Networks
Reliable System Software



Programmiersprachen und Übersetzer

12 - Das Funktionale Programmierparadigma

Christian Dietrich

Sommersemester 2024

- Kleine Programme sind **einfach**, große Softwareprojekte sind **schwierig**.
 - Viele EntwicklerInnen, viele Standorte, viele Zeitzonen
 - Riesige Codebasis und **interagierende Komponenten**
 - Viele Prozeduren (Algorithmen) und viele Objekte (Daten)

- Kleine Programme sind **einfach**, große Softwareprojekte sind **schwierig**.
 - Viele EntwicklerInnen, viele Standorte, viele Zeitzonen
 - Riesige Codebasis und **interagierende Komponenten**
 - Viele Prozeduren (Algorithmen) und viele Objekte (Daten)

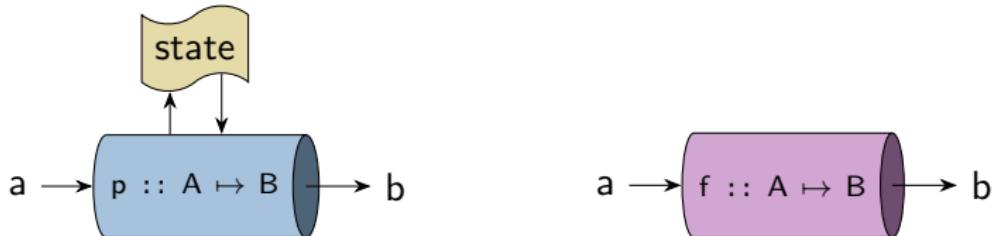


- Begrenzte geistige Kapazität: **Veränderlichen Zustand** sieht man nicht.
↔ Ausführung von Code ist meist sequentiell und lokal
 - Der aktuelle Zustand ist die **Akkumulation aller Änderungen**
 - Ohne Einhaltung von Invarianten leicht **unübersichtlich**

(Reine) funktionale Programmierung erhöht die Lokalität von Änderungen.

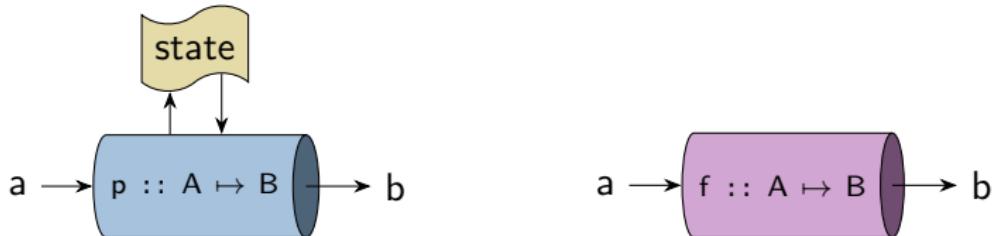
■ Rein funktional: Prozeduren werden zu mathematischen Funktionen.

- Das Ergebnis einer (echten) Funktion hängt nur von ihren Parametern ab.
- Kein Seitenkanal über den globalen Zustand
- Funktionsausführung hat **keine Seiteneffekte!**



(Reine) funktionale Programmierung erhöht die Lokalität von Änderungen.

- **Rein funktional:** Prozeduren werden zu mathematischen Funktionen.
 - Das Ergebnis einer (echten) Funktion hängt nur von ihren Parametern ab.
 - Kein Seitenkanal über den globalen Zustand
 - Funktionsausführung hat **keine Seiteneffekte!**



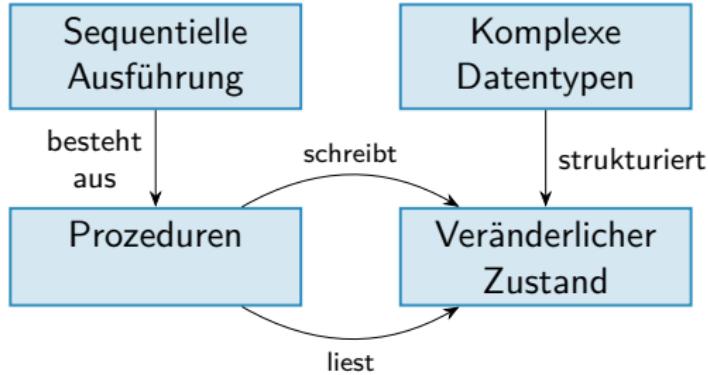
- Mischformen mit veränderlichem Zustand *functional style*
 - Rein funktionale Programmierung ist auch schwierig
 - Viele Programmiersprachen haben **funktionale Elemente**

Verhältnis zu anderen Programmierparadigmen

Paradigmen

Das imperative
Paradigma

Konzepte



Verhältnis zu anderen Programmierparadigmen

Paradigmen

Das imperative
Paradigma

Das objektorientierte
Paradigma

Konzepte

Sequentielle
Ausführung

Komplexe
Datentypen

Prozeduren

Veränderlicher
Zustand



besteht
aus

schreibt

Veränderlicher
Zustand

liest

Closure
(Methode)

Verhältnis zu anderen Programmierparadigmen

Paradigmen

Das imperative
Paradigma

Das objektorientierte
Paradigma

Das funktionale
Paradigma

Konzepte

Sequentielle
Ausführung

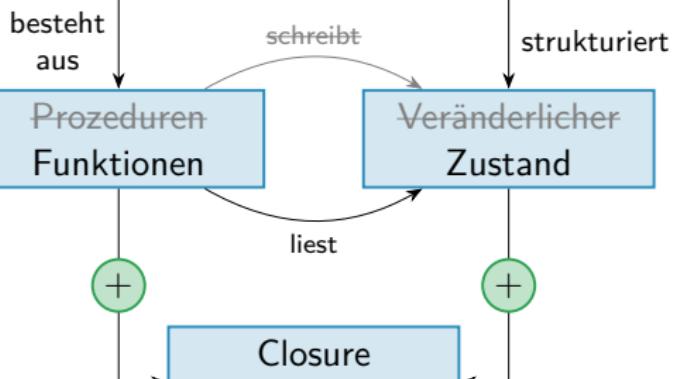
Komplexe
Datentypen

Prozeduren
Funktionen

Veränderlicher
Zustand



Closure
(Funktion)



- Einige Sprachkonzepte werden sinnlos...
 - Wiederbeschreibbare **Variablen** sind veränderlicher Zustand
 - Veränderbare Objekte wären veränderlicher Zustand
 - **Schleifen**iterationen kommunizieren über ihre Seiteneffekte
 - Sequenzierte **Statements** haben keinen Rückgabewert
- ⇒ **Verboten**
⇒ **Verboten**
⇒ **Sinnlos**
⇒ **Sinnlos**

- Einige Sprachkonzepte werden sinnlos...
 - Wiederbeschreibbare **Variablen** sind veränderlicher Zustand
 - Veränderbare Objekte wären veränderlicher Zustand
 - **Schleifen**iterationen kommunizieren über ihre Seiteneffekte
 - Sequenzierte **Statements** haben keinen Rückgabewert
- Andere Sprachkonzepte gewinnen an Wichtigkeit!
 - **Immutable Objekte**: Werte- und Referenzmodell fallen zusammen!
 - **Ausdrücke**: Jede Operation braucht einen Rückgabewert!
 - **Rekursion**: Wiederholte Ausführungen nur durch Rekursion!
 - **Funktionen**: Funktionsaufrufe modellieren abhängigkeiten Operationen!

- Einige Sprachkonzepte werden sinnlos...
 - Wiederbeschreibbare **Variablen** sind veränderlicher Zustand
 - Veränderbare Objekte wären veränderlicher Zustand
 - **Schleifen**iterationen kommunizieren über ihre Seiteneffekte
 - Sequenzierte **Statements** haben keinen Rückgabewert

⇒ **Verboten**
⇒ **Verboten**
⇒ **Sinnlos**
⇒ **Sinnlos**
- Andere Sprachkonzepte gewinnen an Wichtigkeit!
 - **Immutable Objekte**: Werte- und Referenzmodell fallen zusammen!
 - **Ausdrücke**: Jede Operation braucht einen Rückgabewert!
 - **Rekursion**: Wiederholte Ausführungen nur durch Rekursion!
 - **Funktionen**: Funktionsaufrufe modellieren abhängigkeiten Operationen!
- Weitere wichtige Fragen, die direkt aufkommen:
 - Wie soll man so bitte übersichtlich programmieren?!
 - Wie kann das bitte nicht ineffizient sein?!
 - Wie soll ich Ein- und Ausgabe machen?!



Unveränderliche Datentypen

Viele Datentypen sind darauf ausgelegt, dass ihre Objekte während ihrer Lebenszeit verändert werden. Das haben wir leider **verboten!**

- Objekte werden nur initialisiert, aber nie verändert.
 - Jede Referenz erlaubt nur das Lesen des Objekts
 - "Modifikation" nur über partielle Kopien und parametrisierte Konstruktoren
 - Effizienz: Übersetzer kann viele dieser Kopien durch Optimierungen entfernen

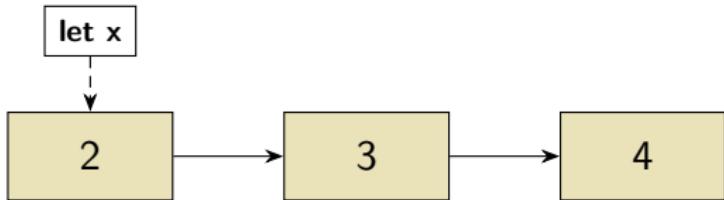
```
func add(a : Point, b : Point) : Point {  
    return new Point(a.x+b.x, a.y+b.y);      Pseudocode  
}
```

Viele Datentypen sind darauf ausgelegt, dass ihre Objekte während ihrer Lebenszeit verändert werden. Das haben wir leider **verboten!**

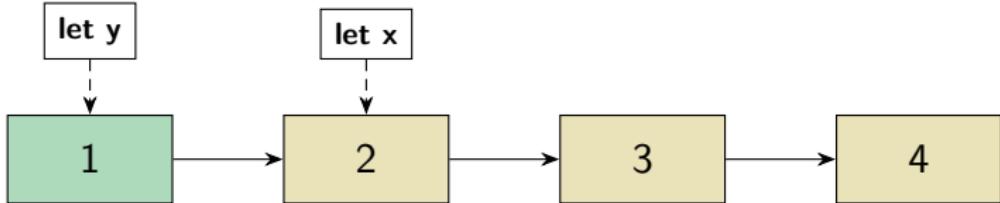
- Objekte werden nur initialisiert, aber nie verändert.
 - Jede Referenz erlaubt nur das Lesen des Objekts
 - "Modifikation" nur über partielle Kopien und parametrisierte Konstruktoren
 - Effizienz: Übersetzer kann viele dieser Kopien durch Optimierungen entfernen

```
func add(a : Point, b : Point) : Point {  
    return new Point(a.x+b.x, a.y+b.y);  
} Pseudocode
```

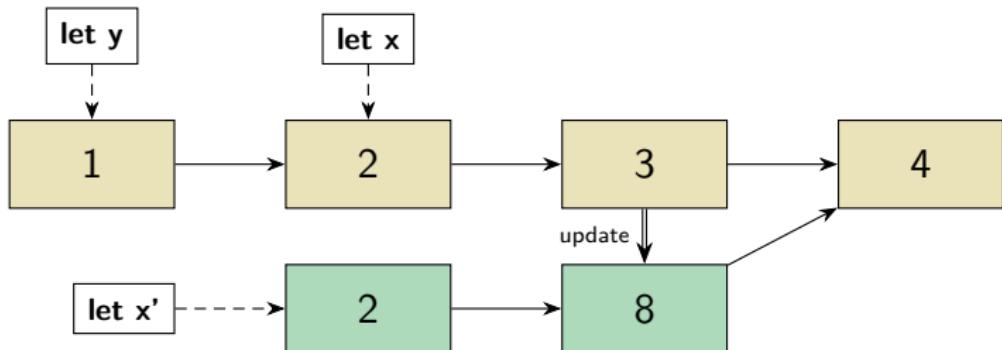
- Bei hierarchisch verzweigten Datentypen funktioniert das besonders gut
 - **Einfach verkettete Listen:** Vorne anhängen ist einfach
 - **Bäume:** Unterbäume können bei einem Knotenupdate übernommen werden



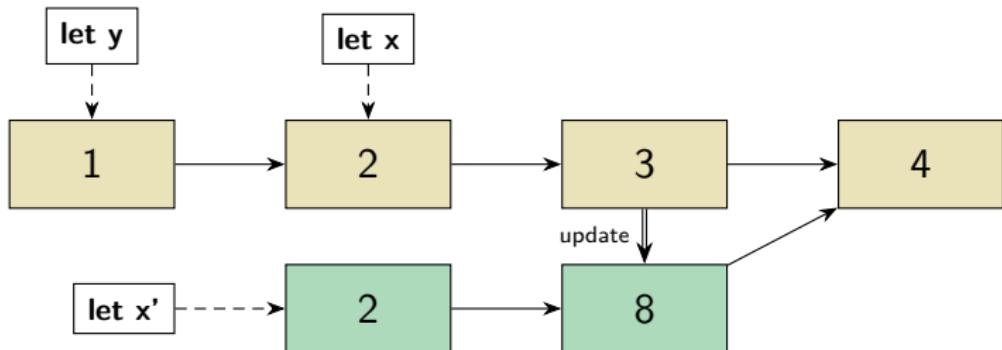
- Funktionale Programmierung arbeitet viel mit einfach verketteten Listen



- Funktionale Programmierung arbeitet viel mit einfach verketteten Listen
 - **Vorne anhängen** erfordert keine Änderung der vorhandenen Listenelemente
 - **Gebundene Namen** bleiben valide und verändern ihren Wert nicht



- Funktionale Programmierung arbeitet viel mit einfach verketteten Listen
 - **Vorne anhängen** erfordert keine Änderung der vorhandenen Listenelemente
 - **Gebundene Namen** bleiben valide und verändern ihren Wert nicht
 - **Updates** erfordern Elementkopien bis zur Änderungsstelle



- Funktionale Programmierung arbeitet viel mit einfach verketteten Listen
 - **Vorne anhängen** erfordert keine Änderung der vorhandenen Listenelemente
 - **Gebundene Namen** bleiben valide und verändern ihren Wert nicht
 - **Updates** erfordern Elementkopien bis zur Änderungsstelle
- Einfach verkettete Listen sind eine **rekursive** Datenstruktur
⇒ Passt hervorragend zur rekursiven Struktur funktionaler Programme

Problem: Wir wollen viele Objekte erzeugen und wieder zerlegen.

```
enum PointKind {  
    XY,  
    XYZ,  
};
```

Rust

- Funktionale Sprachen bieten Aufzählungstypen ([enum](#))
 - Endliche (aufzählbare) Anzahl an Varianten

❖ Aufzählungstypen mit Nutzlast

Problem: Wir wollen viele Objekte erzeugen und wieder zerlegen.

```
enum Point {  
    XY(i32, i32),  
    XYZ(i32, i32, i32)  
};
```

Rust

- Funktionale Sprachen bieten Aufzählungstypen (`enum`) mit Nutzlast
 - Endliche (aufzählbare) Anzahl an Varianten
 - Jede Variante kann unterschiedliche Felder mit sich führen

Problem: Wir wollen viele Objekte erzeugen und wieder zerlegen.

```
enum Point {  
    XY(i32, i32),  
    XYZ(i32, i32, i32)  
};
```

Rust

```
fn handle(p : Point);  
let p1 = Point::XY(0, 3);  
let p2 = Point::XYZ(0, 3, 0);  
handle(p1); handle(p2);
```

Rust

- Funktionale Sprachen bieten Aufzählungstypen (`enum`) mit Nutzlast
 - Endliche (aufzählbare) Anzahl an Varianten
 - Jede Variante kann unterschiedliche Felder mit sich führen
 - Aufzählungsname wird Konstruktor

Problem: Wir wollen viele Objekte erzeugen und wieder zerlegen.

```
enum Point {  
    XY(i32, i32),  
    XYZ(i32, i32, i32)  
};
```

Rust

```
fn handle(p : Point);  
let p1 = Point::XY (0, 3);  
let p2 = Point::XYZ(0, 3, 0)  
handle(p1); handle(p2);
```

Rust

- Funktionale Sprachen bieten Aufzählungstypen (`enum`) mit Nutzlast
 - Endliche (aufzählbare) Anzahl an Varianten
 - Jede Variante kann unterschiedliche Felder mit sich führen
 - Aufzählungsname wird Konstruktor
 - Tagged variante Records (`union`) sind typsicher und polymorph

Problem: Wir wollen viele Objekte erzeugen und wieder zerlegen.

```
enum Point {  
    XY(i32, i32),  
    XYZ(i32, i32, i32)  
};
```

Rust

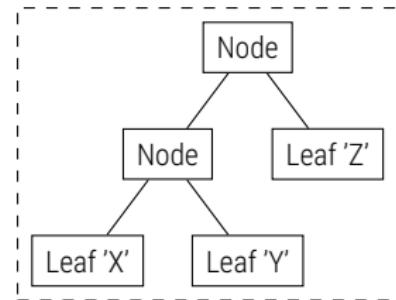
```
fn handle(p : Point);  
let p1 = Point::XY (0, 3);  
let p2 = Point::XYZ(0, 3, 0)  
handle(p1); handle(p2);
```

Rust

- Funktionale Sprachen bieten Aufzählungstypen (`enum`) mit Nutzlast
 - Endliche (aufzählbare) Anzahl an Varianten
 - Jede Variante kann unterschiedliche Felder mit sich führen
 - Aufzählungsname wird Konstruktor
 - Tagged variante Records (`union`) sind typsicher und polymorph
- Rekursive generisch-polymorphe typsichere Aufzählungstypen

```
data Tree T = Leaf T  
            | Node (Tree T) (Tree T)  
freeTree :: Tree Char  
freeTree = Node  
          (Node  
            (Leaf 'X')  
            (Leaf 'Y'))  
          (Leaf 'Z')
```

Haskell



Tree Char
==
Ein Baum
aus Char

destructuring Bind und Pattern Matching

Deklaration und Konstruktion von Aufzählungsobjekten ist sehr kompakt.

Deklaration und Konstruktion von Aufzählungsobjekten ist sehr kompakt.

■ **Destructuring Bind**: Zerlegen eines Objekts in seine Einzelteile

- Muster mit der gleichen Struktur aber freien Namen
- Objekt wird auf dieses Muster aufgeteilt
- Freie Namen werden an die zerlegten Subobjekte gebunden

```
struct ObjT { a : i32, b : i32 }
let ObjT {a: y0, b: y1} = obj;
let (x0, x1) = (1, 2);
```

Rust

Deklaration und Konstruktion von Aufzählungsobjekten ist sehr kompakt.

■ **Destructuring Bind**: Zerlegen eines Objekts in seine Einzelteile

- Muster mit der gleichen Struktur aber freien Namen
- Objekt wird auf dieses Muster aufgeteilt
- Freie Namen werden an die zerlegten Subobjekte gebunden

```
struct ObjT { a : i32, b : i32 }
let ObjT {a: y0, b: y1} = obj;
let (x0, x1) = (1, 2);
```

Rust

```
let norm = match p1 {
    Point::XYZ(x,y,z) => x+y+z,
    Point::XY (x,y)   => x+y,
```

Rust

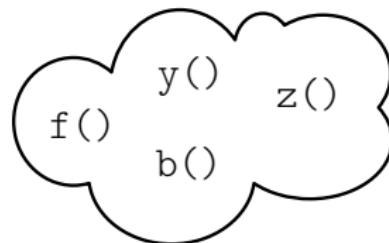
■ **Pattern Matching**: Selektionsoperation mittels Destructuring Bind

- Ähnlich, aber mächtiger als ein switch-case in C
- Vergleich eines Objekts gegen mehrere Muster und Destructuring Bind
- Der entsprechende Arm wird mit den gebundenen Namen ausgeführt
- Semantische Analyse kann prüfen, ob alle Fälle abgedeckt sind

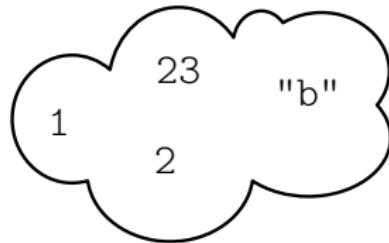


Funktionen als Bürger erster Klasse

Funktionen

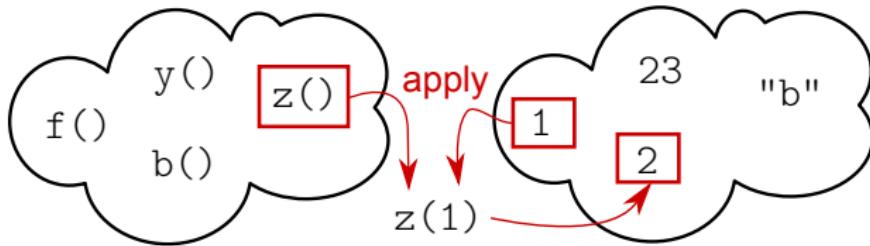


Objekte



- **Bisher:** Wir hatten hauptsächlich **Funktionen erster Ordnung**
 - Funktionen und Objekte sind zwei getrennte Universen

Funktionen Objekte

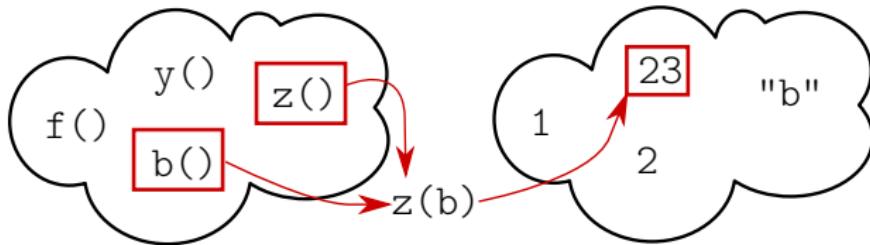


■ **Bisher:** Wir hatten hauptsächlich **Funktionen erster Ordnung**

- Funktionen und Objekte sind zwei getrennte Universen
- Funktionsanwendung kombiniert eine Funktion und mehrere Objekte

⇒ Definition: Eine Funktion erster Ordnung hat nur passive Objekte als Argument

Funktionen Objekte



■ **Bisher:** Wir hatten hauptsächlich **Funktionen erster Ordnung**

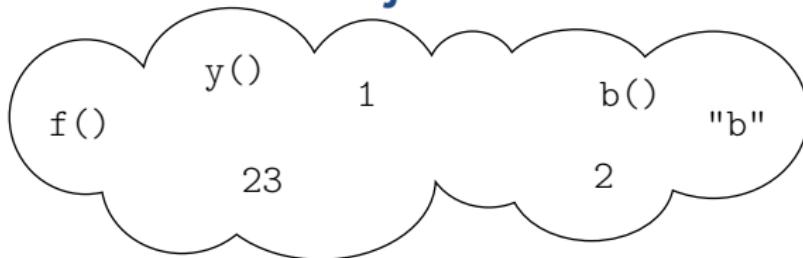
- Funktionen und Objekte sind zwei getrennte Universen
- Funktionsanwendung kombiniert eine Funktion und mehrere Objekte

⇒ Definition: Eine Funktion erster Ordnung hat nur passive Objekte als Argument

■ **Funktionen höherer Ordnung** haben Funktionen als Parameter

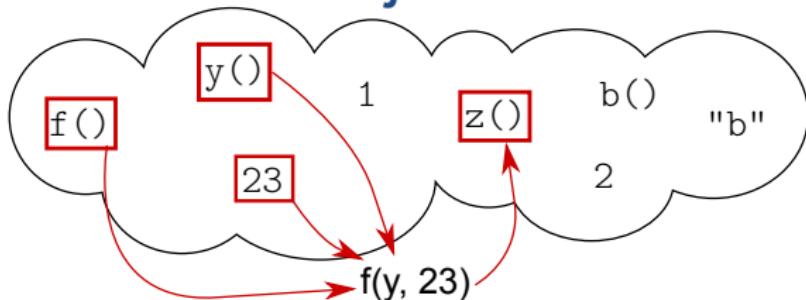
- Viele imperitive Sprachen bieten bereits Funktionszeiger
- **Aber:** Funktionen sind immer noch nicht wirklich gleichberechtigt!

Objekte



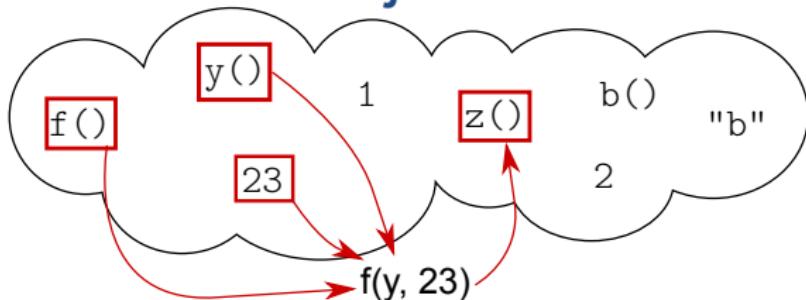
- Im funktionalen Paradigma sind Funktionen wirklich gleichberechtigt.
 - Kein kategorialer Unterschied zwischen Funktionen und Objekten

Objekte



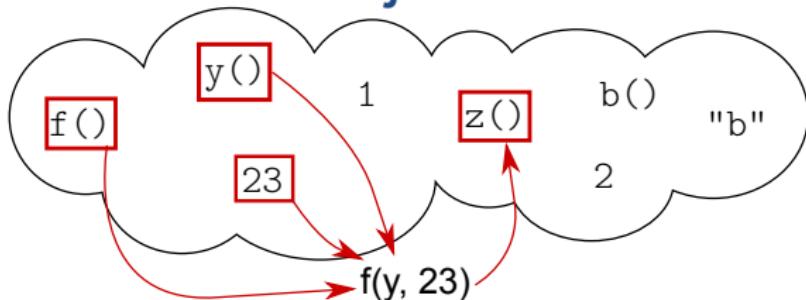
- Im funktionalen Paradigma sind Funktionen wirklich gleichberechtigt.
 - Kein kategorialer Unterschied zwischen Funktionen und Objekten
 - Funktionen können Argument **und** Rückgabewert sein!

Objekte



- Im funktionalen Paradigma sind Funktionen wirklich gleichberechtigt.
 - Kein kategorialer Unterschied zwischen Funktionen und Objekten
 - Funktionen können Argument **und** Rückgabewert sein!
- Funktionen sind **WIRKLICH** gleichberechtigt!
 - Funktionen können während der Laufzeit neu erzeugt werden.
 - Funktionen können komponiert und partiell angewendet werden.

Objekte



- Im funktionalen Paradigma sind Funktionen wirklich gleichberechtigt.
 - Kein kategorialer Unterschied zwischen Funktionen und Objekten
 - Funktionen können Argument **und** Rückgabewert sein!
 - Funktionen sind **WIRKLICH** gleichberechtigt!
 - Funktionen können während der Laufzeit neu erzeugt werden.
 - Funktionen können komponiert und partiell angewendet werden.
- ⇒ Im funktionalen Paradigma werden die algorithmischen Aspekte einer Sprache gestärkt!



Funktionales Programmieren

Obwohl Python keine rein(!) funktionale Programmiersprache ist, werde ich die Beispiele, soweit es geht, als Python-Code zeigen.

- Funktionen höherer Ordnung können **Auswertungsstrategien** abstrahieren
 - „Äußere“ Funktion steuert die Auswertung, die übergebene macht die Arbeit.
 - Die übergebene Funktion kann mehrfach und mit unterschiedlichen Parametern aufgerufen werden. Die Ergebnisse können kombiniert werden.
 - Die Auswertungsstrategie ist parametrisierbar und wird so **wiederverwendbar**!

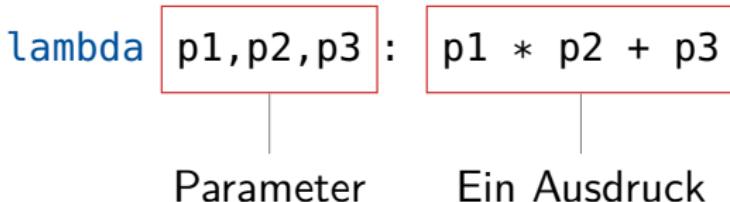
```
def outer(fn, arr):  
    return fn(arr[0]) + fn(arr[1])  
  
outer(innerA, [23, 42]) # => 6500  
outer(innerB, [23, 42]) # => -65
```

```
def innerA(x):  
    return x * 100  
  
def innerB(x):  
    return x * -1
```

- Wir hatten dies bereits bei `traverse()` und `fixpoint()` benutzt.

- Bei funktionaler Programmierung braucht man ständig kleine Funktionen
 - Entfernte Funktionsdefinition an anderer Stelle zerstört die Code-Lokalität
 - Außerdem ist es aufwendig, sich ständig neue Funktionsnamen auszudenken

- Bei funktionaler Programmierung braucht man ständig kleine Funktionen
 - Entfernte Funktionsdefinition an anderer Stelle zerstört die Code-Lokalität
 - Außerdem ist es aufwendig, sich ständig neue Funktionsnamen auszudenken



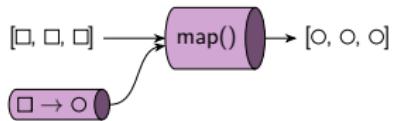
- Lösung:** **Lambda-Ausdrücke** erzeugen ein Funktionsobjekt ohne Namen
 - Inspiriert vom, aber nicht immer äquivalent zum, Lambda-Kalkül
 - Bestandteile: Parameterliste und **ein** Ausdruck
 - Funktionsobjekt kann später aufgerufen werden

```
outer(lambda x: x * 100, [23,42]) # => 6500
outer(lambda x: x * -1, [23,42]) # => -65
```

```
add = lambda x, y: x+y
add(1,2) # => 3
```

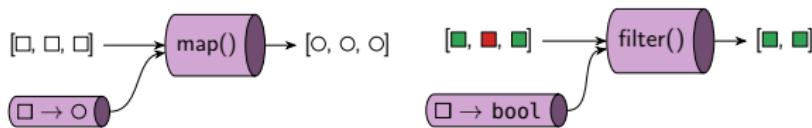
- Listen sind die funktionale „Brot-und-Butter“-Datenstruktur
 - Funktionen höherer Ordnung bieten standardisierte Auswertungsstrategien
 - Diese Funktionen ersetzen teilweise iterative Sprachelemente

- Listen sind die funktionale „Brot-und-Butter“-Datenstruktur
 - Funktionen höherer Ordnung bieten standardisierte Auswertungsstrategien
 - Diese Funktionen ersetzen teilweise iterative Sprachelemente



`map()` bildet jedes Element mithilfe der übergebenen Funktion ab und konstruiert daraus eine neue Ergebnisliste.

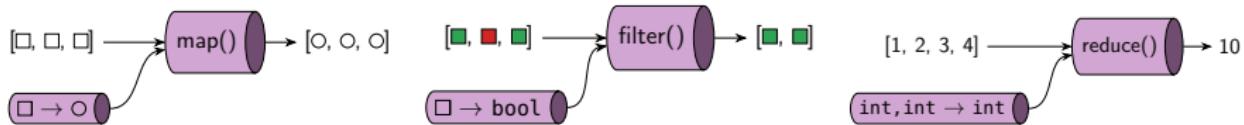
- Listen sind die funktionale „Brot-und-Butter“-Datenstruktur
 - Funktionen höherer Ordnung bieten standardisierte Auswertungsstrategien
 - Diese Funktionen ersetzen teilweise iterative Sprachelemente



`map()` bildet jedes Element mithilfe der übergebenen Funktion ab und konstruiert daraus eine neue Ergebnisliste.

`filter()` prüft jedes Element mittels eines Prädikats und konstruiert eine Liste mit „erfolgreichen“ Elementen.

- Listen sind die funktionale „Brot-und-Butter“-Datenstruktur
 - Funktionen höherer Ordnung bieten standardisierte Auswertungsstrategien
 - Diese Funktionen ersetzen teilweise iterative Sprachelemente

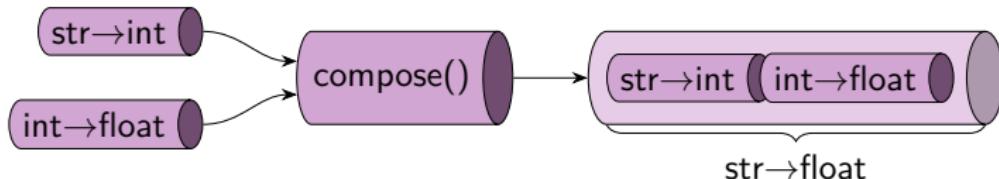


`map()` bildet jedes Element mithilfe der übergebenen Funktion ab und konstruiert daraus eine neue Ergebnisliste.

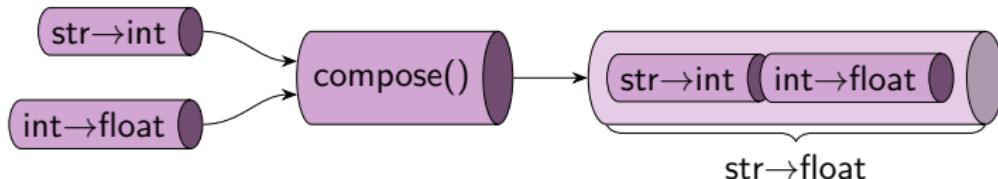
`filter()` prüft jedes Element mittels eines Prädikats und konstruiert eine Liste mit „erfolgreichen“ Elementen.

`reduce()` reduziert eine Liste zu einem Wert, indem die übergebene Funktion als Infixoperator angewendet wird.

- **Funktionskomposition** ist die Hintereinanderausführung von Funktionen
 - Aus zwei Funktionsobjekten kreieren wir ein neues Funktionsobjekt.
 - Die neue Funktion wendet beide Funktionen in Reihe an.
Das Ergebnis der ersten wird zur Eingabe der zweiten.
 - Rückgabetypen und Parametertypen müssen zueinander passen.



- **Funktionskomposition** ist die Hintereinanderausführung von Funktionen
 - Aus zwei Funktionsobjekten kreieren wir ein neues Funktionsobjekt.
 - Die neue Funktion wendet beide Funktionen in Reihe an.
Das Ergebnis der ersten wird zur Eingabe der zweiten.
 - Rückgabetypen und Parametertypen müssen zueinander passen.



```
def inc(x):  
    return x + 1  
  
def compose(f, g):  
    return lambda x: f(g(x))  
  
x = compose(inc, inc)  
x(0) # => 2
```

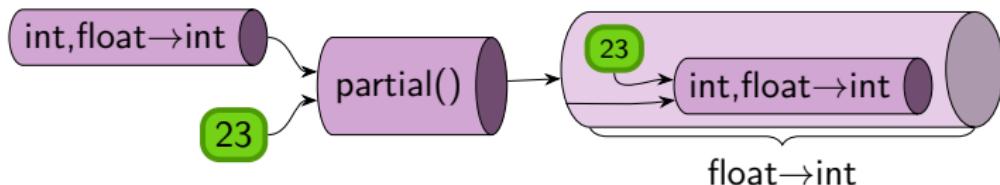
Python

```
inc = \x -> x +1  
x   = inc . inc  
  
x(0) # => 2
```

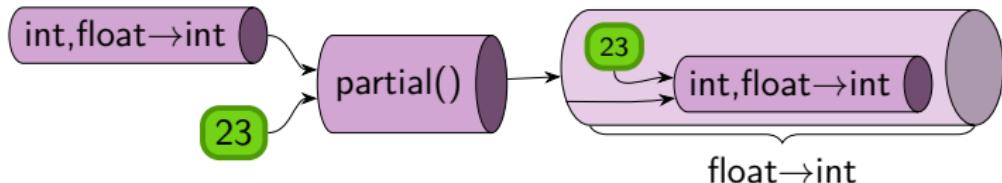
Haskell

Haskell bietet Komposition sogar als **Infixoperator „.“**, angelehnt an $f \circ g$:

- Partielle Anwendung bindet einige Parameter einer Funktion
 - **Beobachtung:** Funktionen brauchen all ihre Parameter zur Ausführung
 - **Idee:** Wir könnten einige Parameter mit bekannten Argumenten vorbelegen
 - Erzeugen eines Funktionsobjekts mit geringerer Stelligkeit



- **Partielle Anwendung** bindet einige Parameter einer Funktion
 - **Beobachtung:** Funktionen brauchen all ihre Parameter zur Ausführung
 - **Idee:** Wir könnten einige Parameter mit bekannten Argumenten vorbelegen
 - Erzeugen eines Funktionsobjekts mit geringerer Stelligkeit



```
def add(a,b):  
    return a + b  
  
def partial(f, *a0):  
    return lambda *a1: f(*a0+a1))  
  
inc = partial(add, 1)  
inc(0) # => 1
```

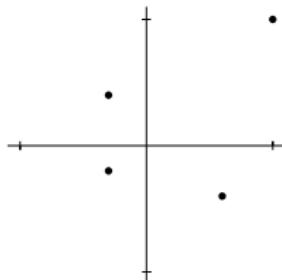
Python

```
add :: Int -> (Int -> Int)  
add a b = a + b  
  
inc = (add 1)  
inc(1) -- => 2
```

Haskell

Haskell bietet **Currying**, wo jede Funktion standardmäßig partiell anwendbar ist.

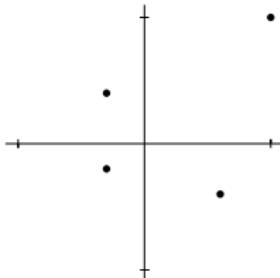
Beispiel: Eine Verarbeitungskette



Aufgabe: Gegeben sei eine 2-dimensionale Punktwolke. Finden Sie innerhalb des Einheitskreises die größte Distanz, die ein Punkt zum Ursprung hat.

```
points = [(-0.3, 0.4), (-0.3, -0.2),  
          (0.6, -0.4), (1, 1)]
```

Beispiel: Eine Verarbeitungskette



Aufgabe: Gegeben sei eine 2-dimensionale Punktwolke. Finden Sie innerhalb des Einheitskreises die größte Distanz, die ein Punkt zum Ursprung hat.

```
points = [(-0.3, 0.4), (-0.3, -0.2),  
          (0.6, -0.4), (1, 1)]
```

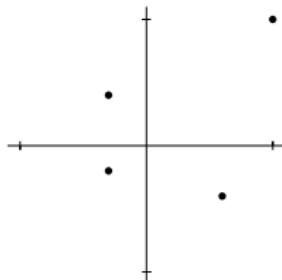
```
def norm(N, point): ...
```

- Generische Normierungsfunktion $\|\cdot\|_N$

points

List(Point)

Beispiel: Eine Verarbeitungskette



- **Aufgabe:** Gegeben sei eine 2-dimensionale Punktwolke. Finden Sie innerhalb des Einheitskreises die größte Distanz, die ein Punkt zum Ursprung hat.

```
points = [(-0.3, 0.4), (-0.3, -0.2),  
          (0.6, -0.4), (1, 1)]
```

```
def norm(N, point): ...
```

```
partial(norm, 2)
```

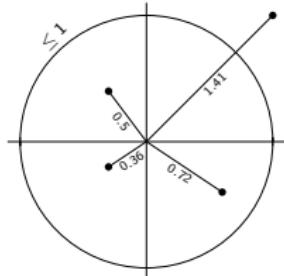
- Generische Normierungsfunktion $\|\cdot\|_N$
- Die Distanz zum Ursprung ist die 2-Norm

points

List(Point)

$x \rightarrow \|x\|_2$

Beispiel: Eine Verarbeitungskette

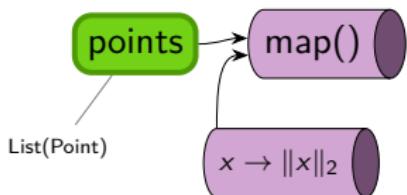


Aufgabe: Gegeben sei eine 2-dimensionale Punktwolke. Finden Sie innerhalb des Einheitskreises die größte Distanz, die ein Punkt zum Ursprung hat.

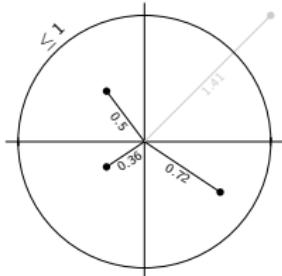
```
points = [(-0.3, 0.4), (-0.3, -0.2),  
          (0.6, -0.4), (1, 1)]
```

```
def norm(N, point): ...  
  
map(partial(norm, 2),  
     points)
```

- Generische Normierungsfunktion $\|\cdot\|_N$
- Die Distanz zum Ursprung ist die 2-Norm
- Bilde jeden Punkt auf seine Distanz ab



Beispiel: Eine Verarbeitungskette



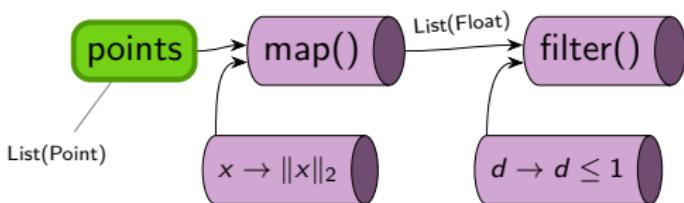
Aufgabe: Gegeben sei eine 2-dimensionale Punktwolke. Finden Sie innerhalb des Einheitskreises die größte Distanz, die ein Punkt zum Ursprung hat.

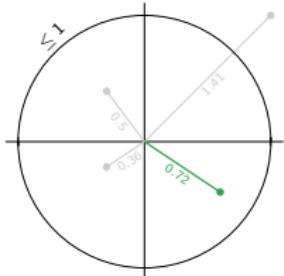
```
points = [(-0.3, 0.4), (-0.3, -0.2),  
          (0.6, -0.4), (1, 1)]
```

```
def norm(N, point): ...
```

```
filter(lambda d: d <= 1.0,  
      map(partial(norm, 2),  
           points))
```

- Generische Normierungsfunktion $\|\cdot\|_N$
- Die Distanz zum Ursprung ist die 2-Norm
- Bilde jeden Punkt auf seine Distanz ab
- Filtere Distanzen, die ≤ 1 sind



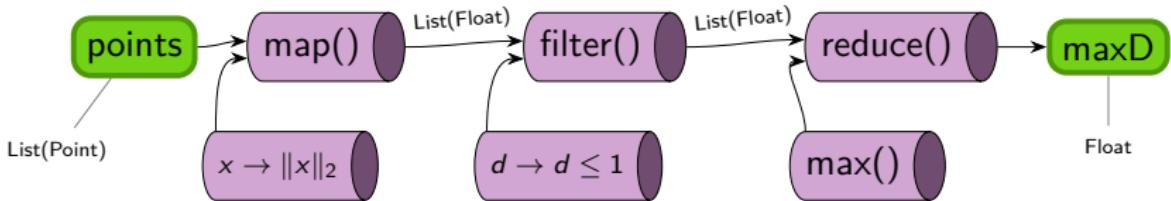


Aufgabe: Gegeben sei eine 2-dimensionale Punktwolke. Finden Sie innerhalb des Einheitskreises die größte Distanz, die ein Punkt zum Ursprung hat.

```
points = [(-0.3, 0.4), (-0.3, -0.2),
          (0.6, -0.4), (1, 1)]
```

```
def norm(N, point): ...
maxD = \
    reduce(max,
           filter(lambda d: d <= 1.0,
                  map(partial(norm, 2),
                      points)))
```

- Generische Normierungsfunktion $\|\cdot\|_N$
- Die Distanz zum Ursprung ist die 2-Norm
- Bilde jeden Punkt auf seine Distanz ab
- Filtere Distanzen, die ≤ 1 sind
- Reduziere Distanzen zur maximalen Distanz





Funktionale Ein-/Ausgabe

- **Erinnerung:** Im rein-funktionalen Paradigma gibt es keine Seiteneffekte
 - Kein veränderlicher Zustand, keine Variablen, ausschließlich **pure Funktionen**
 - ⇒ Jegliche Art der Ein- oder Ausgabe sind verbotene Seiteneffekte
 - ⇒ Keine Terminalausgabe, kein Dateisystem, kein Netzwerk

Wie soll man damit nützliche Programme schreiben?

- **Erinnerung:** Im rein-funktionalen Paradigma gibt es keine Seiteneffekte
 - Kein veränderlicher Zustand, keine Variablen, ausschließlich **pure Funktionen**
 - ⇒ Jegliche Art der Ein- oder Ausgabe sind verbotene Seiteneffekte
 - ⇒ Keine Terminalausgabe, kein Dateisystem, kein Netzwerk

Wie soll man damit nützliche Programme schreiben?

- **Functional-Style Programming** als funktionales Paradigma Light
 - Programmierstil, der funktionale Elemente in anderen Sprachen verwendet
 - Komposition, partielle Applikation, oder `map()` geht auch mit Seiteneffekten
 - Trennung des Programms in Funktionen mit und ohne Seiteneffekte
- ⇒ Ein effektiver Entwickler setzt Seiteneffekte gezielt ein

- **Erinnerung:** Im rein-funktionalen Paradigma gibt es keine Seiteneffekte
 - Kein veränderlicher Zustand, keine Variablen, ausschließlich **pure Funktionen**
 - ⇒ Jegliche Art der Ein- oder Ausgabe sind verbotene Seiteneffekte
 - ⇒ Keine Terminalausgabe, kein Dateisystem, kein Netzwerk

Wie soll man damit nützliche Programme schreiben?

- **Functional-Style Programming** als funktionales Paradigma Light
 - Programmierstil, der funktionale Elemente in anderen Sprachen verwendet
 - Komposition, partielle Applikation, oder `map()` geht auch mit Seiteneffekten
 - Trennung des Programms in Funktionen mit und ohne Seiteneffekte
- ⇒ Ein effektiver Entwickler setzt Seiteneffekte gezielt ein
- Funktionale Elemente verbreiten sich unter den Sprachen
 - Skriptsprachen haben meist funktionale Aspekte (Python, Ruby, Lua,...)
 - Die Tendenz bei übersetzten Sprachen geht auch zu funktionalen Elementen.

⌘ Und bei rein funktionalen Sprachen?

- Nur wenige Sprachen verbieten Seiteneffekte völlig
 - Haskell ist das prominenteste Beispiel
 - Es gibt noch weitere Forschungssprachen: Clean, Mercury

⌘ Und bei rein funktionalen Sprachen?

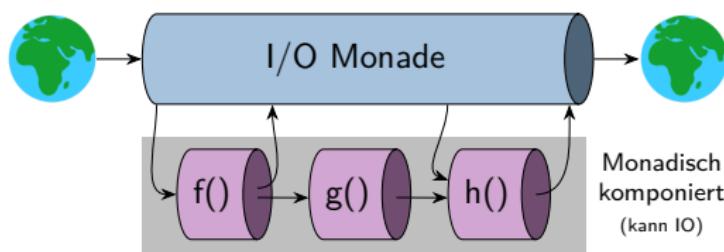
- Nur wenige Sprachen verbieten Seiteneffekte völlig
 - Haskell ist das prominenteste Beispiel
 - Es gibt noch weitere Forschungssprachen: Clean, Mercury
- In Haskell wird I/O über die [I/O-Monade](#) gesteuert



- **Intuition:** Die I/O-Monade transformiert das Universum

Und bei rein funktionalen Sprachen?

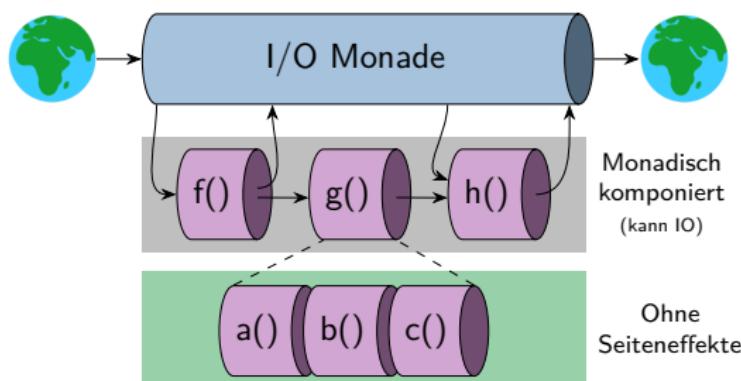
- Nur wenige Sprachen verbieten Seiteneffekte völlig
 - Haskell ist das prominenteste Beispiel
 - Es gibt noch weitere Forschungssprachen: Clean, Mercury
- In Haskell wird I/O über die **I/O-Monade** gesteuert



- **Intuition:** Die I/O-Monade transformiert das Universum
- Sie steuert die Ausführung monadisch komponierter Funktionen
- Ruft Funktionen mit Welt-Informationen auf und koppelt Ergebnisse zurück

Und bei rein funktionalen Sprachen?

- Nur wenige Sprachen verbieten Seiteneffekte völlig
 - Haskell ist das prominenteste Beispiel
 - Es gibt noch weitere Forschungssprachen: Clean, Mercury
- In Haskell wird I/O über die **I/O-Monade** gesteuert



- **Intuition:** Die I/O-Monade transformiert das Universum
- Sie steuert die Ausführung monadisch komponierter Funktionen
- Ruft Funktionen mit Welt-Informationen auf und koppelt Ergebnisse zurück
- Unten in der Aufrufhierarchie sind nur pure Funktionen

```
printUpCase :: String -> IO ()  
printUpCase l = putStrLn (upCase l)  
  
main :: IO ()  
main = (getLine >>= printUpCase)  
      >> main
```

- Die I/O-Monade ist „magisch“ im Haskell Universum
 - Im Programm komponiert man nur Funktionen zusammen (`>>`, `>>=`)
 - Virtuelle Haskell-Maschine entnimmt das Monadenobjekt `main` und führt es aus.

```
printUpCase :: String -> IO ()  
printUpCase l = putStrLn (upCase l)  
  
main :: IO ()  
main = (getLine >>= printUpCase)  
      >> main
```

```
main = do  
  l <- getLine  
  putStrLn (upCase l)  
  main
```

- Die I/O-Monade ist „magisch“ im Haskell Universum
 - Im Programm komponiert man nur Funktionen zusammen (`>>`, `>>=`)
 - Virtuelle Haskell-Maschine entnimmt das Monadenobjekt `main` und führt es aus.
 - Syntaktischer Zucker erleichtert die Monadenkomposition

```
printUpCase :: String -> IO ()  
printUpCase l = putStrLn (upCase l)  
  
main :: IO ()  
main = (getLine >>= printUpCase)  
      >> main
```

```
main = do  
    l <- getLine  
    putStrLn (upCase l)  
    main
```

- Die I/O-Monade ist „magisch“ im Haskell Universum
 - Im Programm komponiert man nur Funktionen zusammen (`>>`, `>>=`)
 - Virtuelle Haskell-Maschine entnimmt das Monadenobjekt `main` und führt es aus.
 - **Syntaktischer Zucker** erleichtert die Monadenkomposition
- Monaden sind ein allgemeineres und mächtigeres Konzept
 - Monaden sind ein Konzept aus der **Kategorientheorie**
 - Monaden kapseln Strategien zur Auswertungsreihenfolge und zum Datenfluss
 - Es gibt viele spannende Monadentypen: Maybe, State, Writer
 - Wir können und werden keine davon hier besprechen...

- Veränderlicher Zustand ist problematisch in großen Softwareprojekten
 - Viele Prozeduren interagieren mit und verändern eine Vielzahl an Objekten
 - Zustand ist im Quellcode nicht sichtbar und daher unübersichtlich
- Das (rein) funktionale Paradigma verzichtet auf veränderlichen Zustand
 - Variablen können nur einmal an ein Objekt gebunden werden
 - Listen und Aufzählungstypen mit Nutzlast sind nützliche Datentypen
- Seiteneffektfreie Funktionen werden Bürger erster Klasse
 - Funktionsobjekte sind als Argumente und Rückgabewerte gleichberechtigt
 - Komposition, partielle Applikation und Listenfunktionen
- Ein- und Ausgabe kann nicht Seiteneffektfrei sein
 - Der funktionale Programmierstil erlaubt veränderlichen Zustand
 - Rein funktionale Sprachen transformieren die Welt über Monaden