Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete

SS 2001

Mathematische Optimierung II

Übung 6 vom 14.06.2001

(Abgabe bis zum 21.06.2001)

Aufgabe 17 (Bipartites Matching): Betrachten Sie folgenden bipartiten Graphen:

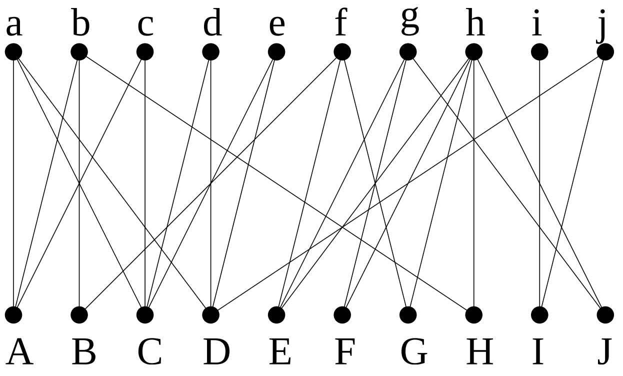

Abbildung 1: Ein bipartiter Graph

Bestimmen Sie ein maximales Matching und eine minimale kantenüberdeckende Knotenmenge!

(20 Punkte)

Aufgabe 18 (Der Satz von Menger): Zwei Pfade in einem gerichteten Graphen sind *innen knotendisjunkt*, wenn sie außer den Anfangs- und Endknoten keine gemeinsamen Knoten haben. Für Knoten r und s in einem gerichteten Graphen G *trennt* eine Knotenmenge $S \subseteq V \setminus \{r, s\}$ r von s, wenn es in $G \setminus S$ keinen gerichteten Weg von r nach s gibt.

Beweisen Sie den Satz von Menger: Die maximale Zahl von paarweise innen knotendisjunkten gerichteten Wegen von r nach s ist gleich der minimalen Größe einer Knotenmenge, die r und s trennt.

(Tipp: Wenden Sie Max-Flow=Min-Cut auf einen geeignet modifizierten Graphen an. Da hier Knoten gefragt sind, ein Cut aber aus Kanten besteht, müssen die Knoten also irgendwie in Kanten überführt werden!)

(20 Punkte)

Aufgabe 19 (Preflow praktisch): Betrachten Sie das in Abbildung 2 gezeigte Standardbeispiel aus der Vorlesung.

Bestimmen Sie einen maximalen Fluss von r nach s, indem Sie den Push-Relabel-Algorithmus anwenden!

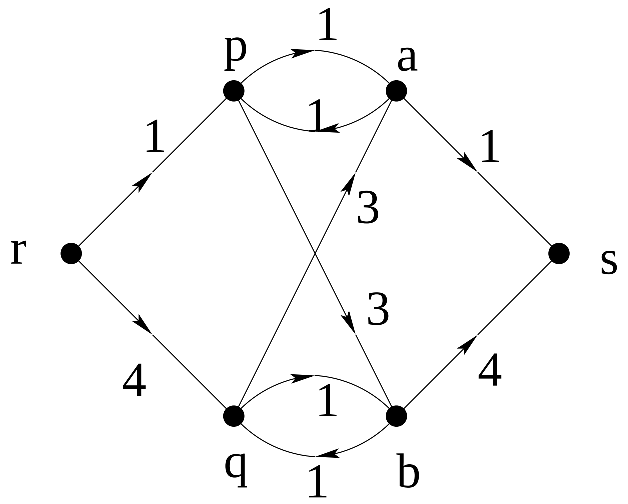

Abbildung 2: Ein gerichteter Graph mit Kapazitäten

(Der Eindeutigkeit zuliebe verwenden Sie bitte folgende Auswahlregeln: Verwenden Sie jeweils einen aktiven Knoten v mit maximalem Abstandlabel $d(v)$. Unter den Knoten mit dieser Eigenschaft, wählen Sie den alphabetisch ersten. Beginnen Sie mit einem Push auf Kante pb.)

(20 Punkte)

Auf besonderen Wunsch noch ein Hinweis: Die Fachschaft Mathematik trifft sich montags um 14.45 Uhr in der Hängemathe und donnerstags um 13.00 Uhr in der BMI. Interessierte sind herzlich eingeladen.