Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

SS 2001

Prof. Dr. Sándor Fekete

Mathematische Optimierung II

Übung 4 vom 17.05.2001

(Abgabe bis zum 31.05.2001)

Betrachten Sie den folgenden gewichteten Graphen:

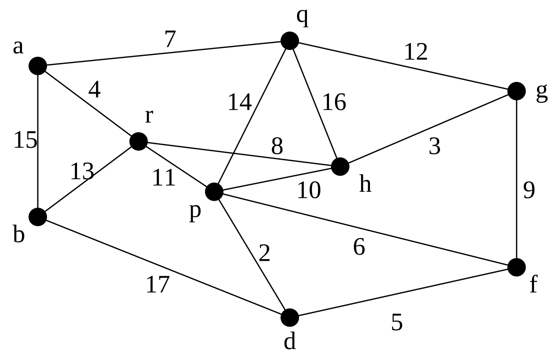

Abbildung 1: Ein gewichteter Graph

(a) Führen Sie eine Breitensuche zur Bestimmung der kürzesten *ungewichteten* Wege von a durch. (Gleichzeitig hinzukommende Knoten sollen dabei in alphabetischer Reihenfolge in die Warteschlange einsortiert werden.)

(b) Führen Sie eine Tiefensuche im Graphen durch und geben Sie den resultierenden Baum an. (Wiederum sollen mögliche Entscheidungen aufgrund alphabetischer Ordnung getroffen werden.)

(c) Bestimmen Sie einen Kürzeste-Wege-Baum im gewichteten Graphen mit Hilfe des Algorithmus von Bellman-Ford. (Geben Sie dabei in geeigneter Form die wesentlichen Zwischenschritte an. Wie viele derartige Zwischenschritte werden vorgenommen?)

(d) Bestimmen Sie einen Kürzeste-Wege-Baum im gewichteten Graphen mit Hilfe des Algorithmus von Dijkstra. (Geben Sie dabei in geeigneter Form die wesentlichen Zwischenschritte an. Wie viele derartige Zwischenschritte werden vorgenommen?)

(30 Punkte)

Aufgabe 11 (Kürzeste einfache Wege bei negativen Kanten):
Ein *einfacher* Weg in einem Graphen ist einer, bei dem kein Knoten mehrfach besucht wird.

Zeigen Sie: Sei A ein Algorithmus, der für jeden beliebigen Graphen G mit (möglicherweise negativen) Kantengewichten w_e und zwei Knoten u und v einen kürzesten einfachen Weg zwischen u und v findet. Dann kann man mit A in in jedem beliebigen Graphen G' mit Kantengewichten w'_e eine kürzeste Rundreise durch alle Knoten finden.

(15 Punkte)

Aufgabe 12 (Kürzeste Wege mit Abbiegerestriktionen):

Kürzeste-Wege-Algorithmen funktionieren auf gerichteten wie ungerichteten Graphen. In vielen Graphen hängt die Weiterreise von einem Knoten aber davon ab, über welche Kante man gekommen ist. (Zum Beispiel kann das Linksabbiegen an einer Kreuzung verboten sein.)

Beschreiben Sie, wie man einen gewichteten Digraphen G mit Abbiegerestirktionen so in einen anderen gewichteten Digraphen G' umwandeln kann, dass jeder Weg in G' einem zulässigen Weg in G entspricht, und umgekehrt.

Folgern Sie daraus, wie man ein Kürzeste-Wege-Problem mit Abbiegerestriktionen lösen kann!

(15 Punkte)