Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

SS 2001

Prof. Dr. Sándor Fekete

Mathematische Optimierung II

Übung 1 vom 23.04.2001

(Abgabe bis zum 03.05.2001)

Abbildung 1 zeigt zehn Städte im Mittleren Westen der USA:

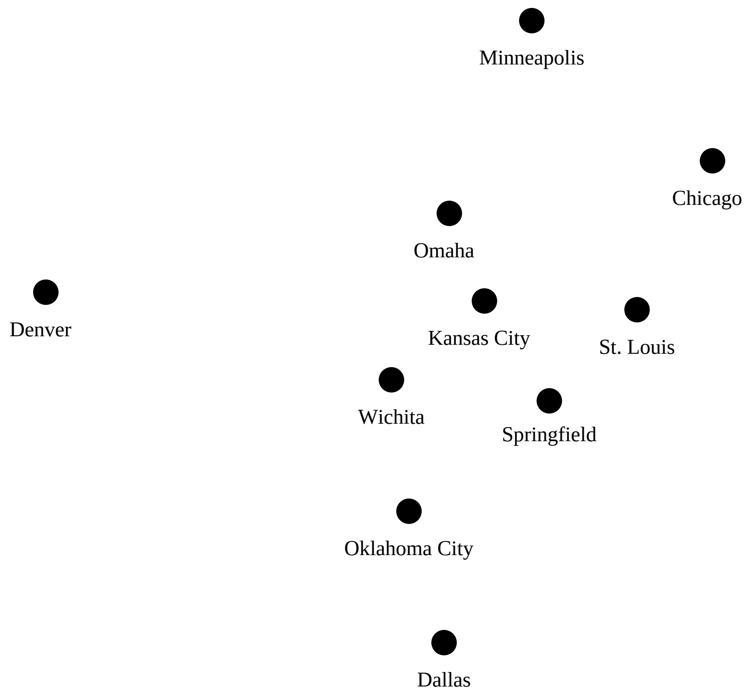

Abbildung 1: Zehn Städte im Mittleren Westen

Zwischen je zwei dieser Städte gibt es eine direkte Straßenverbindung. Die Länge einer Verbindungskante e bezeichnen wir mit w_e. Die Werte (auf Vielfache von 10 Meilen gerundet) sind die folgenden:

		2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Chicago	92	99	50	41	79	46	29	50	70
2	Dallas		78	49	94	21	64	63	42	37
3	Denver			60	84	61	54	86	76	51
4	Kansas City				45	35	20	26	17	20
5	Minneapolis					80	36	55	59	64
6	Oklahoma City						46	50	29	16
7	Omaha							45	37	30
8	St. Louis								21	45
9	Springfield									25
10	Wichita									

Nun sollen für die Aufgaben $i = 1, 2, 3, 4$ verschiedene Optimierungsprobleme möglichst gut gelöst werden, indem man jeweils eine geeignete Menge von Verbindungen E_i auswählt. Den Wert irgendeiner gefundenen Lösung für Aufgabe i bezeichnen wir mit L_i. In allen Fällen wird es darum gehen, eine möglichst kleine Gesamtlänge $L_i = \sum_{e\in E_i} w_e$ zu erzielen.

Außerdem soll jeweils eine möglichst gute untere Abschätzung für den besten erreichbaren Wert L_i^* bewiesen werden. Der Wert einer solchen unteren Schranke sei jeweils S_i. (Im Idealfall hat man $S_i = L_i$ und damit die Optimalität des Wertes L_i bewiesen, aber das kann unter Umständen schwer zu bewerkstelligen sein!)

Aufgabe 1 (Kürzestes zusammenhängendes Netzwerk):
Finden Sie eine Netzwerk G_1 möglichst kurzer Gesamtlänge, in dem jeder Knoten von jedem anderen erreicht werden kann!

Aufgabe 2 (Kürzeste Knotenpaarung):
Gruppieren Sie die Städte in fünf Paare, so dass die Summe der zugehörigen fünf Abstände möglichst klein ist!

Aufgabe 3 (Kürzeste 2-Paarung):
Bestimmen Sie eine möglichst kurze Menge von Kanten, so dass jede Stadt genau zwei Nachbarn hat!

Aufgabe 4 (Kürzeste Rundreise):
Finden Sie eine möglichst kurze Rundreise, die nach dem Besuch aller zehn Städte zum Ausgangspunkt zurückkehrt!

Die Gesamtpunktzahl für alle vier Aufgaben ergibt sich zu

$$\mathbf{15 \cdot \sum_{i=1}^{4} S_i/L_i \text{ Punkten}}.$$

(Maximal sind also 60 Punkte erreichbar. Ohne den Beweis einer unteren Schranke für eine Aufgabe i wird $S_i = 0$ angesetzt; ohne eine gültige Lösung wird $L_i = \infty$ angesetzt.)