Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

WS 2004/05

Logik für Informatiker
Übung 10 vom 20.01.05

(Abgabe bis zum 27.01.2005, 12:00 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes)

Aufgabe 1 (Primitiv rekursive Funktionen):

Zeige, dass die folgenden Funktionen primitiv rekursiv sind.

a) $f_1 : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ mit $f_1(x, y) = x^y$,

b) $f_2 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $f_2(x) = \lfloor \sqrt{x} \rfloor$.

(10+12 Punkte)

Aufgabe 2 (Entscheidbare Mengen):

Zeige: Wenn $A \subseteq \mathbb{N}^k$ und $B \subseteq \mathbb{N}^k$ für $k \in \mathbb{N}, k \geq 1$ entscheidbar sind, dann sind auch $A \cap B$, $A \cup B$ und $A \setminus B$ entscheidbar.

(18 Punkte)

Aufgabe 3 (Entscheidbare Prädikate):

Sei $P(n)$ für $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ genau dann wahr, wenn $2n$ die Summe zweier Primzahlen ist. Sei $Q(n)$ für $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ genau dann wahr, wenn $P(n), P(n-1), \ldots, P(2)$ wahr sind. Zeige, dass beide Prädikate entscheidbar sind. Dafür kann man verwenden, dass Primzahlen eine entscheidbare Menge bilden.

(20 Punkte)