Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

WS 2004/05

Logik für Informatiker
Übung 9 vom 13.01.05

(Abgabe bis zum 19.01.2005, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes)

Aufgabe 1 (Erfüllbarkeit):

Gegeben sei der Ausdruck
$$\varphi \;=\; \exists x\,[(\forall z(z \leq t)) \to (\forall y(y \leq x))]\,.$$
Zeigen Sie, dass φ erfüllbar ist.

(10 Punkte)

Aufgabe 2 (Ableiten):

Gegeben sei der Ausdruck
$$\varphi \;=\; \forall x \forall y\,((x = y) \to (x = x))\,.$$
Geben Sie eine Ableitungsfolge für φ an. (Mit Begründung.)

(15 Punkte)

Aufgabe 3 :

Es sind die folgenden Aussagen gegeben:

1. Jeder Drache ist glücklich, wenn alle seine Kinder fliegen können.
2. Grüne Drachen können fliegen.
3. Ein Drache, der Kind mindestens eines grünen Drachen ist, ist grün.

a) Beschreiben Sie die gegebenen Aussagen durch prädikatenlogische Ausdrücke φ_1, φ_2 und φ_3 mit den Relationen
$$\begin{aligned} Fl(x) &\iff x \text{ kann fliegen,}\\ Gl(x) &\iff x \text{ ist glücklich,}\\ Gr(x) &\iff x \text{ ist grün,}\\ Ki(x,y) &\iff x \text{ ist Kind von } y, \end{aligned}$$
auf der Menge M aller Drachen.

b) Wählen Sie zu φ_i äquivalente Ausdrücke ψ_i, die weder einen Existenzquantor noch die Konnektoren $\wedge$, $\vee$, $\leftrightarrow$ enthalten ($i = 1, 2, 3$).

c) Beweisen Sie unter Benutzung verkürzter Ableitungsfolgen und des Deduktionstheorems, dass aus $\Sigma = \{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}$ ableitbar ist, dass alle grünen Drachen glücklich sind.

(10+10+15 Punkte)