

Logik für Informatiker Übung 9 vom 13.01.05

(Abgabe bis zum 19.01.2005, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes)

Aufgabe 1 (Erfüllbarkeit):

Gegeben sei der Ausdruck

$$\varphi = \exists x [(\forall z(z \leq t)) \rightarrow (\forall y(y \leq x))].$$

Zeigen Sie, dass φ erfüllbar ist.

(10 Punkte)

Aufgabe 2 (Ableiten):

Gegeben sei der Ausdruck

$$\varphi = \forall x \forall y ((x = y) \rightarrow (x = x)).$$

Geben Sie eine Ableitungsfolge für φ an. (Mit Begründung.)

(15 Punkte)

Aufgabe 3 :

Es sind die folgenden Aussagen gegeben:

1. Jeder Drache ist glücklich, wenn alle seine Kinder fliegen können.
 2. Grüne Drachen können fliegen.
 3. Ein Drache, der Kind mindestens eines grünen Drachen ist, ist grün.
- a) Beschreiben Sie die gegebenen Aussagen durch prädikatenlogische Ausdrücke φ_1 , φ_2 und φ_3 mit den Relationen

$$\begin{aligned} Fl(x) &\iff x \text{ kann fliegen,} \\ Gl(x) &\iff x \text{ ist glücklich,} \\ Gr(x) &\iff x \text{ ist grün,} \\ Ki(x, y) &\iff x \text{ ist Kind von } y, \end{aligned}$$

auf der Menge M aller Drachen.

- b) Wählen Sie zu φ_i äquivalente Ausdrücke ψ_i , die weder einen Existenzquantor noch die Konnektoren \wedge , \vee , \leftrightarrow enthalten ($i = 1, 2, 3$).
- c) Beweisen Sie unter Benutzung verkürzter Ableitungsfolgen und des Deduktionstheorems, dass aus $\Sigma = \{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}$ ableitbar ist, dass alle grünen Drachen glücklich sind.

(10+10+15 Punkte)