Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

WS 2004/05

Logik für Informatiker*
Übung 7 vom 15.12.04

(Abgabe bis zum 22.12.2004, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes)

Aufgabe 1 (Aussagen):

R sei ein zweistelliges Relationszeichen in der elementaren Sprache L. Geben Sie Aussagen φ_R, φ_{IR}, φ_S, φ_{AS}, φ_K, φ_L und φ_T aus L an, die ausdrücken, dass R reflexiv, irreflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, konnex, linear bzw. transitiv ist.

(20 Punkte)

Aufgabe 2 (Theorie einer Äquivalenzrelation):

Zeigen Sie, dass die Axiome der Theorie $T_{\ddot{a}q} = \{\varphi_R, \varphi_S, \varphi_T\}$ einer Äquivalenzrelation voneinander unabhängig sind. (Bezeichnungen wie in der Aufgabe 1.)

(15 Punkte)

Aufgabe 3 (Negation von Ausdrücken):

Bilden Sie die Negation der folgenden Ausdrücke, so dass $\neg$ höchstens noch vor Atomformeln steht.

a) $\forall x \exists y \forall z\, [R(x,z) \vee (R(y,z) \rightarrow ((R(x,y) \rightarrow R(z,x)) \vee R(z,y)))]$;

b) $\forall x \exists y \exists z\, (x = y \wedge (x < y \vee z < x))$;

c) $\exists z \forall x \exists y\, (\neg R(x,y) \leftrightarrow R(x,y) \vee R(y,z))$;

d) $\forall z\, [\exists x (z < x) \rightarrow \exists x (z < x \wedge \forall y (z < y \rightarrow y < x \vee y = x))]$;

e) $\forall x \forall y\, [R(x,y) \rightarrow \exists z (R(x,z) \wedge R(z,y))]$.

(25 Punkte)

*Prädikate für alle!