Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

WS 2004/05

Logik für Informatik[*]
Übung 6 vom 08.12.04

(Abgabe bis zum 15.12.2004, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes)

Aufgabe 1 (Quantoren):

Welche der folgenden Aussagen sind immer richtig, welche manchmal falsch?

(a) Wenn eine Aussage $H(x, y)$ für alle x und alle y gilt, so gilt $H(x, y)$ auch für alle y und alle x.

(b) Wenn es ein x und ein y gibt, die $H(x, y)$ erfüllen, so gibt es auch ein y und ein x, die $H(x, y)$ erfüllen.

(c) Wenn es zu jedem x ein y gibt, so dass $H(x, y)$ gilt, so gibt es auch ein y so dass für alle x $H(x, y)$ gilt.

(d) Wenn es ein x gibt, so dass für alle y $H(x, y)$ gilt, so gibt es für alle y ein x, so dass $H(x, y)$ gilt.

(20 Punkte)

Aufgabe 2 (Ausdrücke):

Sei $< A, f, g, R, S, a, b >$ eine Struktur mit den einstelligen Funktionen f und g, den zweistelligen Relationen R und S sowie den Konstanten a und b. Weiter seien

- $\phi_1 = (\exists x \forall y (R(x, a) \to S(y, b))) \vee (\exists x (f(y) = a))$
- $\phi_2 = (\forall x (x = x)) \to (q \to (\forall x (x = x)))$
- $\phi_3 = \exists x ((x = y) \vee (\forall R(a, f(y))))$
- $\phi_4 = \exists x ((\exists y R(a, z)) \to (\forall z S(z, y)))$
- $\phi_5 = \exists x \forall y S(f(z), g(z)) \wedge (f(R(a, z)) = a)$

(a) Welche dieser Ausdrücke sind korrekt gebildete Ausdrücke in den Variablen $\{x, y, z\}$?

(b) Bestimmen Sie alle Atome sowie alle freien und gebundenen Variablen der korrekt gebildeten Ausdrücke aus (a).

(40 Punkte)

---

[*]Prädikate für alle!