Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

WS 2004/05

Logik für Informatiker* Übung 5 vom 01.12.04

(Abgabe bis zum 08.12.2004, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes)

Aufgabe 1 (Ableiten):

Betrachten Sie den Ausdruck

$$\varphi := (p \to q) \to ((q \to r) \to (p \to r)).$$

Geben Sie eine Ableitung für φ an. (Dabei dürfen Sie die sieben Axiome verwenden, aber nicht den Vollständigkeitssatz.)

(20 Punkte)

Aufgabe 2 (Relationen):

Geben Sie je eine nichtleere Menge A und eine zweistellige Relation $S \subseteq A^2$ mit den folgenden Eigenschaften an:

a) reflexiv, symmetrisch, nicht transitiv;

b) nicht reflexiv, symmetrisch, nicht transitiv;

c) reflexiv, nicht symmetrisch, transitiv;

d) irreflexiv, antisymmetrisch, transitiv;

e) reflexiv, nicht antisymmetrisch, transitiv;

f) linear, nicht transitiv.

(24 Punkte)

Aufgabe 3 (Zusammenhang in Graphen):

Gegeben ist ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$. Ein *Weg* in $G = (V, E)$ ist für $k \geq 0$ eine endliche Folge $(v_0, v_1, \ldots, v_k)$ von Knoten mit $e_i := \{v_{i-1}, v_i\} \in E$ für $i = 1, 2, \ldots, k$. Zwei Knoten v und w heißen voneinander *erreichbar* in G, wenn ein Weg von v nach w in G existiert. Der Graph G heißt *zusammenhängend*, wenn je zwei Knoten aus G voneinander erreichbar in G sind.

Sei

$$S = \{(v, w) \in V^2 \mid v \text{ und } w \text{ sind voneinander erreichbar in } G\}.$$

Zeigen Sie, dass S eine Äquivalenzrelation ist. Die entstandenen Äquivalenzklassen heißen *Zusammenhangskomponenten* von G.

(16 Punkte)

---

*Weiblich wie männlich, extro- und introvertiert