Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

WS 2004/05

Logik für Informatiker
Übung 2 vom 10.11.04

(Abgabe bis zum 17.11.2004, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes)

Aufgabe 1 (Anzahl nicht äquivalenter Ausdrücke):

a) Bestimmen Sie die maximale Anzahl logisch nicht äquivalenter Ausdrücke in den Variablen p und q.

b) Man löse Teil a) für die Variablen $p_1, \ldots, p_n$.

(Tipp: Bestimmen Sie zuerst eine möglichst gute Schranke für die verlangte maximale Anzahl. Zeigen Sie dann konstruktiv, dass es tatsächlich so viele logisch nicht äquivalente Ausdrücke gibt.)

(10+20 Punkte)

Aufgabe 2 (Konnektoren):

a) Die Formel φ sei gegeben durch

$$\varphi \;=\; (p \rightarrow (q \leftrightarrow r)) \wedge q.$$

Ermitteln Sie mittels Äquivalenzumformungen eine Darstellung von φ, die nur die Konnektoren $\vee$ und $\neg$ verwendet.

b) Beweisen Sie, dass es zu jedem Ausdruck einen äquivalenten Ausdruck gibt, in dem außer Aussagenvariablen und Klammern nur die Konnektoren $\vee$ und $\neg$ vorkommen.

(Tipp: Stellen Sie die anderen Konnektoren, die in einem Ausdruck vorkommen können, nur unter Verwendung der Konnektoren $\vee$ und $\neg$ dar.)

c) Für Ausdrücke φ und ψ sei die Verknüpfung $|$ wie folgt definiert:

$$\varphi \mid \psi \;:=\; \neg(\varphi \vee \psi)$$

Verwenden Sie Teil b), um folgendes zu beweisen: Zu jedem Ausdruck gibt es einen äquivalenten Ausdruck, in dem außer Aussagenvariablen und Klammern nur die Verknüpfung $|$ vorkommt.

(5+15+10 Punkte)