

Logik für Informatiker Übung 2 vom 10.11.04

(Abgabe bis zum 17.11.2004, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes)

Aufgabe 1 (Anzahl nicht äquivalenter Ausdrücke):

- a) Bestimmen Sie die maximale Anzahl logisch nicht äquivalenter Ausdrücke in den Variablen p und q .
- b) Man löse Teil a) für die Variablen p_1, \dots, p_n .

(Tipp: Bestimmen Sie zuerst eine möglichst gute Schranke für die verlangte maximale Anzahl. Zeigen Sie dann konstruktiv, dass es tatsächlich so viele logisch nicht äquivalente Ausdrücke gibt.)

(10+20 Punkte)

Aufgabe 2 (Konnektoren):

- a) Die Formel φ sei gegeben durch

$$\varphi = (p \rightarrow (q \leftrightarrow r)) \wedge q.$$

Ermitteln Sie mittels Äquivalenzumformungen eine Darstellung von φ , die nur die Konnektoren \vee und \neg verwendet.

- b) Beweisen Sie, dass es zu jedem Ausdruck einen äquivalenten Ausdruck gibt, in dem außer Aussagenvariablen und Klammern nur die Konnektoren \vee und \neg vorkommen.

(Tipp: Stellen Sie die anderen Konnektoren, die in einem Ausdruck vorkommen können, nur unter Verwendung der Konnektoren \vee und \neg dar.)

- c) Für Ausdrücke φ und ψ sei die Verknüpfung $|$ wie folgt definiert:

$$\varphi | \psi := \neg(\varphi \vee \psi)$$

Verwenden Sie Teil b), um folgendes zu beweisen: Zu jedem Ausdruck gibt es einen äquivalenten Ausdruck, in dem außer Aussagenvariablen und Klammern nur die Verknüpfung $|$ vorkommt.

(5+15+10 Punkte)