Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

WS 2004/05

Logik für Informatiker
Übung 1 vom 03.11.04

(Abgabe bis zum 10.11.2004, 9:45 durch Einwurf in den jeweiligen Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes)

Aufgabe 1 (Aussagen):

a) Wenn die Sonne scheint, ist Susi gut gelaunt. Wenn es regnet, scheint nicht die Sonne. Folgt daraus, dass Susi nicht gut gelaunt ist, wenn es regnet?

b) Wenn die Sonne scheint, dann regnet es nicht. Wenn Susi gut gelaunt ist, dann scheint die Sonne. Folgt daraus, dass es nicht regnet, wenn Susi gut gelaunt ist?

c) Wenn die Sonne scheint, ist Susi gut gelaunt. Wenn die Sonne scheint, regnet es nicht. Folgt daraus, dass nicht die Sonne scheint, wenn es regnet?

d) Wenn die Sonne scheint, ist Susi gut gelaunt. Wenn es regnet, ist Susi nicht gut gelaunt. Folgt daraus, dass nicht die Sonne scheint, wenn es regnet?

(G+G+5+5 Punkte)

Aufgabe 2 (Belegungen):

Gegeben seien

$$\begin{aligned}
\varphi_1 &= (q \to p) \land ((p \land r) \to q)\,, \\
\varphi_2 &= (q \leftrightarrow r) \to ((p \leftrightarrow q) \lor (p \leftrightarrow r))\,, \\
\varphi_3 &= (p \lor (q \to r)) \to ((q \to p) \lor r)\,, \\
\varphi_4 &= \neg\,(p \lor (\neg q \land \neg r)) \land ((q \lor r) \to p)\,, \\
\varphi_5 &= (p \to q) \land ((q \land r) \to p)\,.
\end{aligned}$$

a) Welche der Ausdrücke φ_i sind allgemeingültig, erfüllbar, widerspruchsvoll?

b) Gibt es eine Belegung F, bei der φ_5 erfüllt ist, φ_2 aber nicht erfüllt ist?

(15+5 Punkte)

Aufgabe 3 (Logelei):

Wolfgang fühl sich krank und kommt ins Krankenhaus. Dort wird er von einem Professor und einem Medizinstudenten untersucht. Danach entwickelt sich folgende ärztliche Diskussion:

Professor: *Bei dem Patienten kommen nur folgende sieben Krankheiten in Frage: Gummikauzwang, Hirnversalzung, Nasophobie, Denkinsuffizienz, Riechneurose, Zehsyndrom oder Sitzanomalie.*
Angenommen, es ist Hirnversalzung? versucht's der Student.
Dann kann er nicht an Gummikauzwang leiden, sagt streng der Professor.
Student: *Wenn er Gummikauzwang hat, jedoch nicht an Riechneurose leidet?*
Professor: *Dann hat er Denkinsuffizienz. Wenn der Patient nicht an Nasophobie leidet, dann hat er, falls er nicht an Gummikauzwang erkrankt ist, das Zehsyndrom oder Denkinsuffizienz, oder gar diese beiden Leiden.*
Student: *Wenn er nicht an der Sitzanomalie leidet, ...*
Professor: *...dann hat er auch keine Denkinsuffizienz.*
Student: *Wenn der Patient unter Gummikauzwang leidet, ...*
Professor: *... dann hat er entweder eine Sitzanomalie oder Hirnversalzung. Falls er eine Riechneurose hat, dann hat er entweder Nasophobie oder Gummikauzwang.*
Student: *Wenn das Zehsyndrom vorliegt, ...*
Professor: *... dann hat er auch eine Riechneurose, und falls er an Sitzanomalie erkrankt ist, hat er auch Nasophobie. Fall er Nasophobie hat, ist zwar eine Riechneurose auszuschließen, doch liegt dann ein Gummikauzwang vor.*

Nach der Unterhaltung ist der Student völlig verwirrt. Helfen Sie ihm auf die Sprünge!

a) Zeigen Sie, dass der Patient tatsächlich erkrankt ist!

b) Stellen Sie fest, welche Krankheiten der Patient hat und welche nicht! Ist diese Zuordnung eindeutig?

(10+20 Punkte)

Übungsaufgabe 4 (Tautologien):

Beweisen Sie, dass die folgenden Ausdrücken Tautologien sind.

a) $(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$

b) $(\neg p \to \neg q) \to (q \to p)$

c) $(r \to p) \to ((r \to q) \to (r \to p \wedge q))$

d) $(p \to r) \to ((q \to r) \to (p \vee q \to r))$

Bemerkung: Die Übungsaufgabe 4 wird nächste Woche in den kleinen Übungen besprochen. Abzugeben sind nur die ersten drei Aufgaben.