Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

WS 2004/05

Lineare Optimierung
Übung 5 vom 30.11.04

(Abgabe bis zum 08.12.2004, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes)

Aufgabe 1 (Netzwerk-Simplexverfahren):

Betrachte das Transportnetzwerk in Abbildung 1 und das zugehörige Versandproblem. Die Zahlen an den Kanten stehen für Kosten c_{ij} und die Zahlen an den Knoten für Bilanzen.

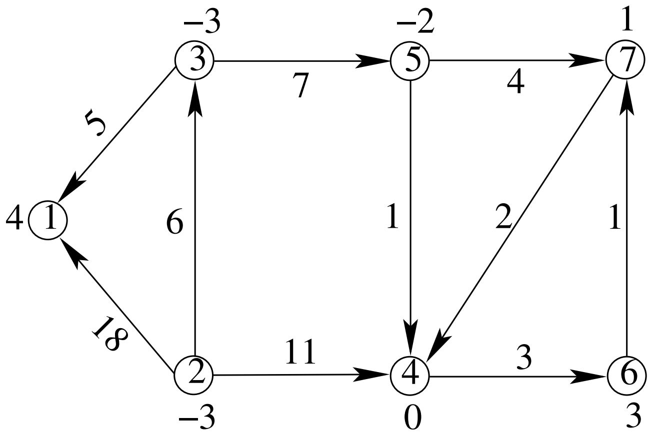

Abbildung 1: Ein Transportnetzwerk

Löse dieses Versandproblem mit dem Netzwerk-Simplexverfahren. Starte dabei mit folgender Basislösung:

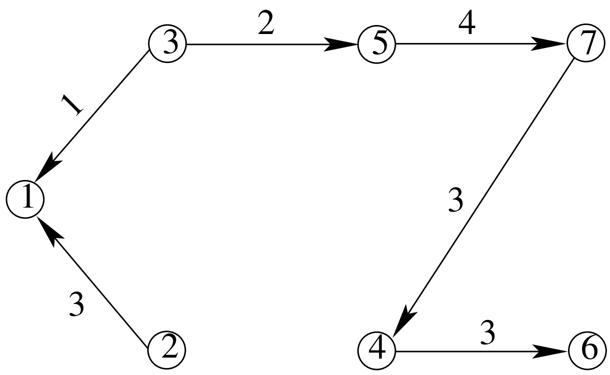

Abbildung 2: Die erste Basislösung

und wähle in jeder Iteration die Kante (i, j) mit maximalem, positivem Wert $y_j - y_i - c_{ij}$ zur Bildung der neuen Basislösung.

(20 Punkte)

Aufgabe 2 (Satz von König):

Gegeben sind n Frauen und n Männer. Jede Frau kennt genau $k \geq 1$ ihr sympathische Männer, und jeder Mann kennt genau k ihm sympathische Frauen. Zeigen Sie, dass es eine Zuordnung von Männern zu Frauen gibt, so dass jede/jeder einen sympathischen Partner bekommt.

(Tipp: Modellieren Sie dieses Problem als ein Versandproblem in einem bipartiten Graphen und benutzen Sie den in der Grossen Übung angegebenen Ganzzahligkeitssatz. Ein Graph $G = (V, E)$ heißt bipartit, falls seine Knotenmenge V disjunkt in zwei Mengen A und B zerlegt werden kann, so dass innerhalb von A und innerhalb von B keine Kanten verlaufen.)

(15 Punkte)

Aufgabe 3 (Ein Versandproblem):

Ein Gastwirt benötigt an N aufeinander folgenden Tagen frische Servietten. Am Tag i benötigt er t_i frische Servietten, wobei $i \in \{1, \ldots, N\}$. Der Gastwirt darf keinen Vorrat an frischen Servietten anlegen. Er hat jeden Tag drei Optionen:

- Kaufe Servietten zum Stückpreis p.
- Reinige Servietten in der Schnellreinigung. Dauer: m Tage. Stückpreis q.
- Reinige Servietten in der normalen Reinigung. Dauer: n Tage. Stückpreis r.

Dabei ist $m < n < N$ und $r < q < p$. Ein Tag in der Reinigung bedeutet, dass Servietten vom Vorabend bis zum nächsten Morgen gereinigt sind. Am ersten Tag hat der Gastwirt nur die Kauf-Option zur Auswahl.

Jeden Morgen muß er entscheiden, wieviele Servietten er abends in die Schnellreinigung gibt, wieviele in die normale Reinigung und wieviele er behält. Jeden Morgen bekommt er die frisch gewaschenen Servietten von der Reinigung und kauft gegebenenfalls neue. Ziel ist es, eine Lösung mit minimalen Kosten zu finden.

a) Formulieren Sie dieses Problem als ein Versandproblem. Erklären Sie die Bedeutung der Knoten und Kanten. Gibt es immer eine zulässige Lösung?

b) Stellen Sie das zugehörige Transportnetzwerk für dieses Versandproblem mit $N = 3, t_1 = 3, t_2 = 2, t_3 = 4, m = 1$, $n = 2$, $p = 10$, $q = 6$ und $r = 3$ graphisch dar. Geben Sie eine zulässige Lösung mit Kosten kleiner als 90 an.

(18+7 Punkte)

Die Fachgruppe Mathematik lädt alle Mathestudenten herzlich zur Nikolausfeier am 06.12. ab 18.00 Uhr in der Hängemathe ein.