Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

WS 2004/05

Lineare Optimierung
Übung 3 vom 16.11.04

(Abgabe bis zum 24.11.2004, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes)

Aufgabe 1 (Primal-duales Verfahren):

Bestimmen Sie $\min\{c^T x \mid Ax = b,\ x \geq 0\}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \\ -6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit dem primal-dualem Verfahren.

(20 Punkte)

Aufgabe 2 (Revidiertes Simplexverfahren):

Lösen Sie das folgende Problem mit Hilfe des revidierten primalen Simplexverfahrens.

$$\begin{array}{rrcrcrcrcl} \max & 3x_1 & + & 2x_2 & - & 3x_3 & - & 3x_4 & & \\ \text{unter} & x_1 & & & + & x_3 & - & x_4 & \leq & 1 \\ & x_1 & + & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & \leq & 2 \\ & & & & & & & x & \geq & 0 \end{array}$$

(20 Punkte)

Aufgabe 3 (Matrix-Spiele):

Spieler A und B wählen sich Zahlen a und b respektive aus der Grundmenge $\{1, 2, 3, \ldots, 1000\}$. Falls

$$\begin{array}{lcll} a & \leq & b-2 & \rightarrow & \text{A gewinnt} \\ a & = & b-1 & \rightarrow & \text{B gewinnt} \\ a & = & b & \rightarrow & \text{unentschieden} \\ a & = & b+1 & \rightarrow & \text{A gewinnt} \\ a & \geq & b+2 & \rightarrow & \text{B gewinnt} \end{array}$$

Der Gewinner einer Runde erhält vom Verlierer 1 EUR. Beim Unentschieden, gibt es keine Auszahlung.

(a) Beschreiben Sie die Gewinnmatrix für den Spieler A.

(b) Formulieren Sie ein lineares Programm, dessen Lösung die Strategie des Spieler B beschreibt, der seinen erwarteten Verlust minimieren will.

(c) Finden Sie eine Strategie für B, die seinen erwarteten Verlust minimiert. (Hinweis : Welcher Wert muss als erwarteter Verlust für B herauskommen ?)

(5+5+10 Punkte)