Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

WS 2004/05

Lineare Optimierung
Übung 1 vom 02.11.04

(Abgabe bis zum 10.11.2004, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes)

Aufgabe 1 (Simplexverfahren):

Löse folgendes Problem mit Hilfe des Simplexverfahrens mit Tableauberechnung. Ist die Optimallösung eindeutig?

$$
\begin{array}{lrcrcrcl}
\max & x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & & \\
\text{unter} & x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & \leq & 4 \\
& 2x_1 & & & + & x_3 & \leq & 1 \\
& x_1 & - & x_2 & + & x_3 & \leq & 3 \\
& x_1, & & x_2, & & x_3 & \geq & 0
\end{array}
$$

(15 Punkte)

Aufgabe 2 (Die 2-Phasen-Methode):

Löse die folgenden linearen Programme mit Hilfe der 2-Phasen-Methode. Benutze dabei folgende Pivotregeln: Als Pivotspalte wird jeweils die mit dem kleinsten negativen Kostenkoeffizienten gewählt; kommen zwei verschiedene Zeilen zum Pivotisieren in Frage, dann wird die mit dem kleinsten Variablenindex gewählt.

(a)

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcrcr}
\max & -x_1 & - & 6x_2 & + & 7x_3 & - & x_4 & - & 5x_5 & & \\
\text{unter} & 5x_1 & - & 4x_2 & + & 13x_3 & - & 2x_4 & + & x_5 & = & 20 \\
& x_1 & - & x_2 & + & 5x_3 & - & x_4 & + & x_5 & = & 8 \\
& x_1, & & x_2, & & x_3, & & x_4, & & x_5 & \geq & 0
\end{array}
$$

(b)

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcl}
\min & 2x_1 & - & 4x_2 & & & & & & \\
\text{unter} & x_1 & + & x_2 & - & x_3 & - & x_4 & = & 1 \\
& x_1 & + & 2x_2 & & & - & x_4 & = & -11 \\
& & & & & & & x_2 & \leq & 10 \\
& & & & & & & x_2 & \geq & -3 \\
& & & & & & & 2x_3 & \geq & 3
\end{array}
$$

(10+10 Punkte)

Aufgabe 3 (Ein Ausgleichsproblem):

Finde zu dem überbestimmten Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}$$

einen Vektor $\hat{x}$, der $A\hat{x} - b$ bzgl. der L_1-Norm minimiert.
(Tipp: Formuliere das Problem als lineares Programm und löse dieses.)

(25 Punkte)