

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

Lineare Optimierung

Übung 9 vom 17.12.03

Abgabe der Aufgaben bis 11:00 Uhr am **Mittwoch, 07.01.04.** durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes

Aufgabe 1 (Weihnachtsaufgabe):

„Hmm, hmm, hmm“ brummte Santa Claus in seinen langen weißen Bart. Dabei hatte alles so gut geklungen, was ihm die Unternehmensberater über die „Synergie-Effekte“ einer Fusion mit der Buggs Easterbunny AG erzählt hatten! Es leuchtete ein, dass 100 Prozent des Jahresumsatzes in einer einzigen Nacht ein hohes unternehmerisches Risiko darstellten, mit hohen Belastungen für ihn und seine Mitarbeiter. Schließlich war er nicht mehr der Jüngste! Auch die Lieferung durch die Kamine an die „Endverbraucher“ (an diesen Ausdruck hatte er sich noch nicht ganz gewöhnt) stellte ihn zunehmend vor Probleme, obwohl er gerade an dem Teil immer besondere Freude gehabt hatte... „Tja Mr. Claus, da gibt es aber ordentliches Einsparpotential – denken Sie nur an die Reinigungskosten für ihre Berufskleidung!“ So war dann empfohlen worden, für die Endzustellung ein Outsourcing an die lokalen Pizzazusteller vorzunehmen. Dann waren noch einige weitere technischen Diskussionen gefolgt, die er nicht so richtig verstanden hatte. Nach den Regeln der Physik hätte er wohl schon in den Vorjahren einfach verglühen müssen... Aber was verstanden diese Unternehmenberater schon vom Steuern eines Rentierschlittens!

Wie auch immer – jetzt blieb ihm nur noch die Belieferung von zehn Regionalzentren im Mittleren Westen! Und das mit einem einzigen Rentier, ohne Schlitten. Pünktlich um Mitternacht des 24.12. sollte er auf dem Chicagoer Flughafen einfliegen (O'Hare, bloß weil das dem neuen Vorstandsvorsitzenden so hasisch-sympathisch klang!), danach die anderen Orte in beliebiger Reihenfolge, um dann wieder den Anschluss in Chicago zu bekommen.

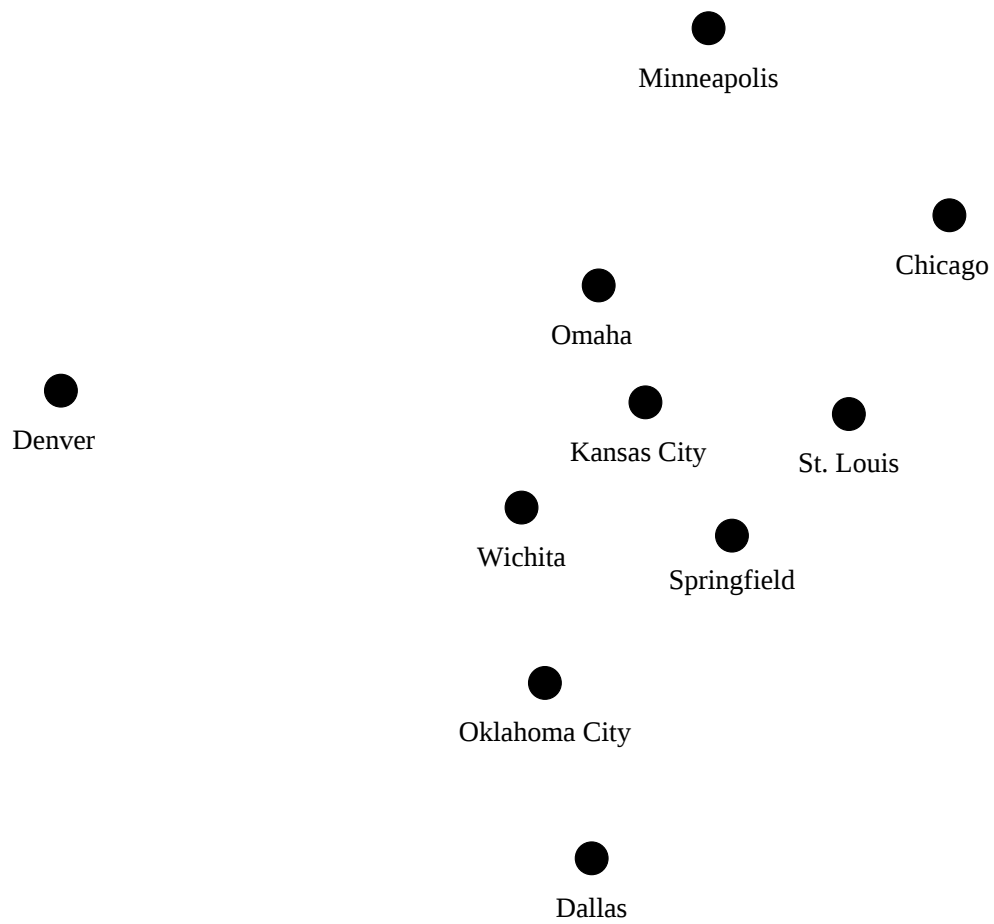


Abbildung 1: Die zehn Regionalzentren

Diese Städte haben die folgenden Abstände (auf Vielfache von 10 Meilen gerundet):

		2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Chicago	92	99	50	41	79	46	29	50	70
2	Dallas		78	49	94	21	64	63	42	37
3	Denver			60	84	61	54	86	76	51
4	Kansas City				45	35	20	26	17	20
5	Minneapolis					80	36	55	59	64
6	Oklahoma City						46	50	29	16
7	Omaha							45	37	30
8	St. Louis								21	45
9	Springfield									25
10	Wichita									

Wie viele Meilen müsste er wohl insgesamt für eine Rundreise durch alle zehn Städte zurücklegen?

„Hmm, hmm, hmm, wenn ich einfach so die Liste abfahre, dann gibt das eine Gesamtlänge von 562... zu lang! Probieren wir eine andere...“

Ist dem Weihnachtsmann noch zu helfen? Wie viele verschiedene Touren müsste er wohl durchprobieren? Wäre er damit noch in diesem Jahr fertig, wenn er pro Tour 10 Sekunden zum Ausrechnen der Länge bräuchte? Oder wenigstens bis Ostern?

Wie kurz ist die beste Tour, die Sie finden können? Was ist die größte untere Schranke, die Sie beweisen können? (Also eine Streckenlänge, die Santa auf jeden Fall zurücklegen muss, wie klug er sich auch anstellt.)

(Für eine Tourlänge von L_O und eine untere Schranke der Länge L_U gibt's eine Punktzahl von $\max\{0, 40 - \left(10\frac{L_O}{L_U}\right)\}$, außerdem 5 Punkte für die Zeitabschätzung!)

Aufgabe 2 (Kürzestes perfektes Matching):

Betrachten Sie die Städte aus Aufgabe 1 mit den dazugehörigen Abständen. Zwischen je zwei dieser Städte ist eine Verbindungskante mit dem entsprechenden Abstand als Länge dieser Kante definiert.

Bestimmen Sie statt einer kürzesten Tour ein kürzestes perfektes Matching, d.h. eine Menge von Kanten M mit kürzester Gesamtlänge, so dass jede Stadt genau einen Nachbar in M hat.

(25 Punkte)