

Lineare Optimierung Übung 4 vom 11.11.03

Abgabe der Aufgaben bis 11:00 Uhr am **Mittwoch, 19.11.03.** durch Einwurf in den
Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes

Aufgabe 1 (Bäume und Blätter):

Zeige, dass (auch im Winter) jeder Baum $T = (V, E)$ mindestens ein Blatt hat, d.h. einen Knoten vom Grad 1.

Unter welchen Bedingungen lässt sich diese Zahl auf zwei erhöhen?

(15 Punkte)

Aufgabe 2 (Versandprobleme mit Bilanz):

Betrachte ein Netzwerkproblem der Form $\min\{cx \mid Ax = b, x \geq 0\}$ mit der Inzidenzmatrix A des dazugehörigen Transportnetzwerkes und der Bilanzsumme $\sum_{i=1}^n b_i \neq 0$. In diesem Falle soll soviel Nachfrage und Angebot wie möglich transportiert werden – also der kleinere der beiden Beträge befriedigt werden.

Zeige: Für jedes solche Problem gibt es ein äquivalentes Problem auf einem Graphen G' mit Inzidenzmatrix A' , Kosten c' und Bilanzen b'_i , für die $\sum_{i=1}^{n'} b'_i = 0$ gilt. (Äquivalent heißt in diesem Falle: Aus einer Lösung von $\min\{c'x' \mid A'x' = b, x' \geq 0\}$ lässt sich immer unmittelbar eine Lösung des ursprünglichen Problems ablesen – und umgekehrt!)

Daher reicht es also, eine Lösungsmethode für den Fall zu erarbeiten, dass Gesamtangebot und Gesamtnachfrage gleich sind.

(20 Punkte)

Aufgabe 3 (Ein Versandproblem):

Betrachte das Transportnetzwerk in Abbildung 1 und das zugehörige Versandproblem. Die Zahlen an den Kanten stehen für Kosten und die Zahlen an den Knoten für Bilanzen.

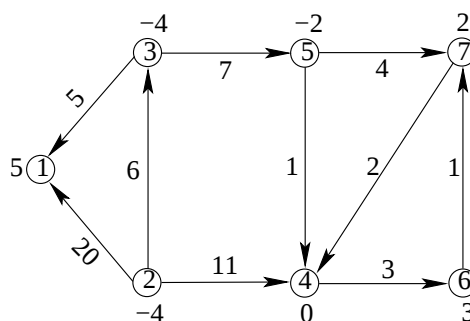


Abbildung 1: Ein Transportnetzwerk

Löse dieses Versandproblem mit dem Netzwerk-Simplexverfahren.

(25 Punkte)