Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

WS 2003/04

Lineare Optimierung
Übung 3 vom 04.11.03

Abgabe der Aufgaben bis 11:00 Uhr am **Mittwoch, 12.11.03.** durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes

Aufgabe 1 (Vertex Cover Problem):

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine *kantenüberdeckende Knotenmenge* (*Vertex Cover*) in G ist eine Knotenmenge $S \subseteq V$, so dass jede Kante in $\{v, w\} \in E$ mindestens einen Knoten in S hat, d.h. $\{v, w\} \cap S \neq \emptyset$. Das VERTEX COVER Problem besteht darin, eine kantenüberdeckende Knotenmenge minimaler Grösse in einem Graphen $G = (V, E)$ zu finden.

(a) Betrachte den Graphen G^* in Abbildung 1. Formuliere ein lineares Programm (P^*)

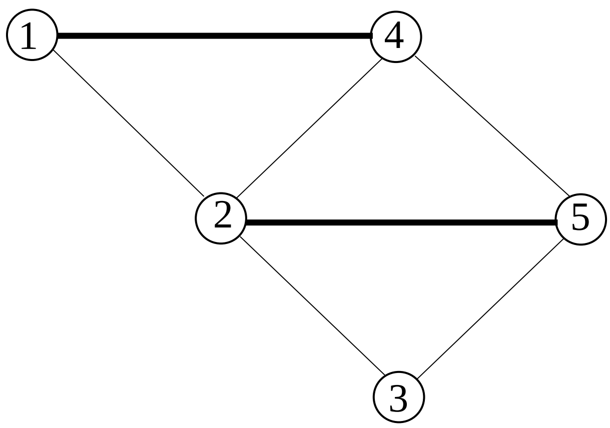

Abbildung 1: Graph G^*

zum VERTEX COVER Problem für G^*, so dass eine ganzzahlige Lösung des linearen Programms (P^*) einer kantenüberdeckenden Knotenmenge in G^* entspricht.

(b) Formuliere das duale Problem zum LP aus (a).

(c) Formuliere ein lineares Programm (P) zum VERTEX COVER Problem für einen gegebenen Graphen $G = (V, E)$, so dass eine ganzzahlige Lösung des linearen Programms (P) einer kantenüberdeckenden Knotenmenge in G entspricht.

(d) Leite das zu (P) duale lineare Programm (D) her. Gib eine Interpretation von (D) als Optimierungsproblem an.

(3+4+5+8 Punkte)

Aufgabe 2 (Primal-duales Verfahren):

Bestimme $\min\{c^T x \mid Ax = b,\ x \geq 0\}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \\ -6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit dem primal-dualem Verfahren.

(20 Punkte)

Aufgabe 3 (Ein Matrixspiel):

Betrachtet wird folgendes Spiel. Zwei Spieler zeigen gleichzeitig mit den Händen jeweils eines der Symbole Stein, Papier, Brunnen oder Schere. Falls beide das gleiche Symbol zeigen, ist das Spiel unentschieden. Andernfalls gewinnt derjenige das Spiel, der das Symbol mit dem höheren Wert gezeigt hat.

kleinerer Wert	höherer Wert
Stein	Papier
Stein	Brunnen
Schere	Stein
Brunnen	Papier
Papier	Schere
Schere	Brunnen

Ist das Spiel fair? Wie ist die optimale Strategie?

(20 Punkte)