

Lineare Optimierung Übung 1 vom 22.10.03

Abgabe der Aufgaben bis 11:00 Uhr am **Mittwoch, 29.10.03.** durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes

Aufgabe 1 (Simplexverfahren):

Löse folgendes Problem mit Hilfe des Simplexverfahrens mit Tableauberechnung. Ist die Optimallösung eindeutig?

$$\begin{array}{llllll} \max & x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 \\ \text{unter} & x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 \leq 4 \\ & 2x_1 & & & + & x_3 \leq 1 \\ & x_1 & - & x_2 & + & x_3 \leq 3 \\ & x_1, & & x_2, & & x_3 \geq 0 \end{array}$$

(20 Punkte)

Aufgabe 2 (Ein lineares Programm):

Bestimme die optimale Lösung des folgenden linearen Programms mit Hilfe des Simplexverfahrens mit Tableauberechnung.

$$\begin{array}{llllllll} \max & -x_1 & - & 6x_2 & + & 7x_3 & - & x_4 & - & 5x_5 \\ \text{unter} & 5x_1 & - & 4x_2 & + & 13x_3 & - & 2x_4 & + & x_5 = 20 \\ & x_1 & - & x_2 & + & 5x_3 & - & x_4 & + & x_5 = 8 \\ & x_1, & & x_2, & & x_3, & & x_4, & & x_5 \geq 0 \end{array}$$

(20 Punkte)

Aufgabe 3 (Komplementärer Schlupf):

Gegeben sei folgendes lineares Programm (P):

$$\begin{array}{llllllll} \max & 7x_1 & + & 6x_2 & + & 5x_3 & - & 2x_4 & + & 3x_5 \\ \text{unter} & x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & - & 2x_4 & + & 2x_5 \leq 4 \\ & 4x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & + & x_5 \leq 3 \\ & 2x_1 & + & 4x_2 & + & 4x_3 & - & 2x_4 & + & 5x_5 \leq 5 \\ & 3x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & - & 2x_5 \leq 1 \\ & x_1, & & x_2, & & x_3, & & x_4, & & x_5, \geq 0 \end{array}$$

- (a) Formuliere das duale Problem zu (P).
- (b) Formuliere die Bedingungen für komplementären Schlupf zu (P).

- (c) Prüfe mit Hilfe des Satzes vom komplementären Schlupf, ob $x_* = (0, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, 0)$ eine optimale Lösung von (P) ist. (Hinweis: Auch wenn man y nicht kennt, kann man Bedingungen herleiten, die ein y erfüllen muss, und dann konkrete Dinge berechnen.)

(5+5+10 Punkte)