**Abteilung für Mathematische Optimierung**
**TU Braunschweig**

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

**WS 2003/04**

# Lineare Optimierung
# Anlage 5: Ein Beispiel zum primal-dualen Verfahren

**Problem:**

$$
\begin{array}{lrcrcrcl}
\min & 2x_1 & + & x_2 & + & 4x_3 & & \\
\text{unter} & x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & = & 3 \\
 & 2x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & = & 5 \\
 & & & & & x & \geq & 0
\end{array}
$$

1. Start mit $y = 0 \in D$

| | | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ |
|---|---|---|---|---|
| | $0$ | $2$ | $1$ | $4$ |
| | $8$ | $-3$ | $-2$ | $-5$ |
| $z_1$ | $3$ | $-1$ | $-1$ | $-2$ |
| $z_2$ | $5$ | $-2$ | $-1$ | $-3$ |

$\epsilon = 8;\ x = 0;\ K = \emptyset;\ L = \{1,2,3\}$
$\bar{\delta} = \min\{\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}\} = \frac{1}{2};$
$k = 2$

2. Tableau nach Änderung von $y$ mittels $\bar{\delta}$

| | | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ |
|---|---|---|---|---|
| | $4$ | $\frac{1}{2}$ | $0$ | $\frac{3}{2}$ |
| | $8$ | $-3$ | $-2$ | $-5$ |
| $z_1$ | $3$ | $-1$ | $-1$ | $-2$ |
| $z_2$ | $5$ | $-2$ | $-1$ | $-3$ |

$\Longrightarrow$

| | | $x_1$ | $z_1$ | $x_3$ |
|---|---|---|---|---|
| | $4$ | $\frac{1}{2}$ | $*$ | $\frac{3}{2}$ |
| | $2$ | $-1$ | $2$ | $-1$ |
| $x_2$ | $3$ | $-1$ | $-1$ | $-2$ |
| $z_2$ | $2$ | $-1$ | $1$ | $-1$ |

Das rechte Tableau entsteht aus dem linken mit $K = \{2\}, \quad s = 2, \quad r = 1.$

Das rechte Tableau minimiert $P(y)$, da $\tilde{d}_{z_1} = 2 > 0$.

$L = \{1,3\} \Rightarrow \bar{\delta} = \min\{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\} = \frac{1}{2}, \quad k = 1$

3. Tableau nach Änderung von $y$ mittels $\bar{\delta}$

| | | $x_1$ | $z_1$ | $x_3$ |
|---|---|---|---|---|
| | $5$ | $0$ | $*$ | $1$ |
| | $2$ | $-1$ | $2$ | $-1$ |
| $x_2$ | $3$ | $-1$ | $-1$ | $-2$ |
| $z_2$ | $2$ | $-1$ | $1$ | $-1$ |

$\Longrightarrow$

| | | $z_2$ | $z_1$ | $x_3$ |
|---|---|---|---|---|
| | $5$ | $*$ | $*$ | $1$ |
| | $0$ | $1$ | $1$ | $0$ |
| $x_2$ | $1$ | $1$ | $-2$ | $-1$ |
| $x_1$ | $2$ | $-1$ | $1$ | $-1$ |

Das rechte Tableau entsteht aus dem linken mit $K = \{1,2\}, \quad s = 1, \quad r = 2.$

Im rechten Tableau gilt $\epsilon = 0 \Rightarrow$ optimal.