Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Laura Heinrich-Litan

WS 2002/03

Lineare Optimierung
Übung 12 vom 24.01.03

Abgabe der Aufgaben bis 13:00 Uhr am **Freitag, 31.01.03** durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes

Aufgabe 1 (Edmonds-Polytop):

Gegeben sei folgender Graph $G = (V, E)$:

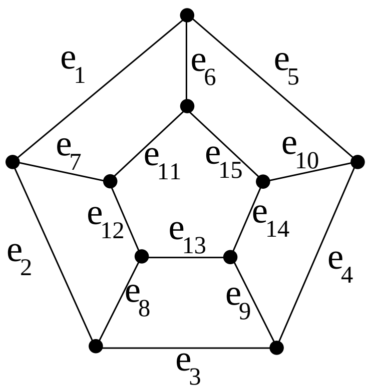


Abbildung 1: Graph G.

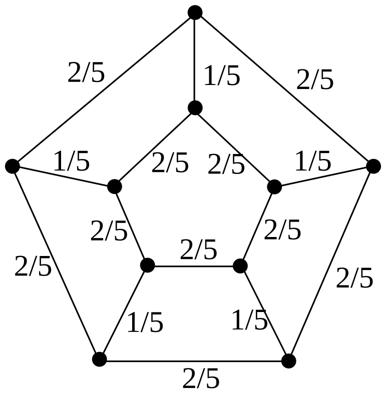
Dieser Graph hat 10 Knoten und 15 Kanten, $E = \{e_1, e_2, \ldots, e_{15}\}$, wie in der obigen Abbildung eingezeichnet.

Betrachte das in der Vorlesung vorgestellte Edmonds-Polytop P für perfektes Matching:

$$\begin{aligned} \sum_{e \in \delta(v)} x_e &= 1 \quad \text{für} \quad v \in V \\ \sum_{e \in \delta(S)} x_e &\geq 2 \quad \text{für} \quad S \subset V, |S| \text{ ungerade und } 3 \leq |S| \leq |V| - 3, \\ x &\geq 0\,. \end{aligned}$$

Betrachte folgende Vektoren, die in der Abbildung 2 eingezeichnet sind:

- $x^* \in \mathbb{R}^{15}$ mit $x^*_{e_i} = \frac{2}{5}$ für $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 11, 12, 13, 14, 15\}$ und $x^*_{e_i} = \frac{1}{5}$ für $i \in \{6, 7, 8, 9, 10\}$.
- $x^{**} \in \mathbb{R}^{15}$ mit $x^{**}_{e_i} = \frac{1}{6}$ für $i \in \{7, 8, 9, 10\}$, $x^{**}_{e_i} = \frac{1}{3}$ für $i \in \{1, 3, 5, 6, 11, 13, 15\}$ und $x^{**}_{e_i} = \frac{1}{2}$ für $i \in \{2, 4, 12, 14\}$.



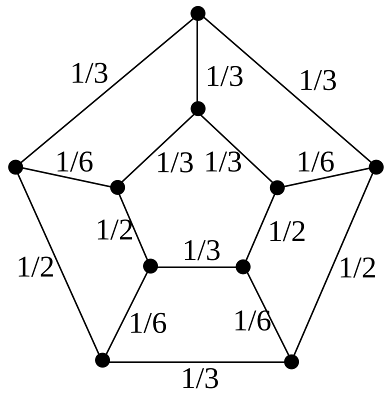


Abbildung 2: Vektoren x^* und x^{**}.

Überprüfe ob x^* bzw. x^{**} eine zulässige Lösung von P ist. Gib gegebenenfalls x^* bzw. x^{**} als Konvex-Kombination der charakteristischen Vektoren von perfekten Matchings in G an.

(20 Punkte)

Aufgabe 2 (Eine TSP-Instanz):

Betrachte eine TSP-Instanz über 29 Städte in Bayern. Zwischen je zwei dieser Städte gibt es eine direkte Straßenverbindung. Die Länge einer Verbindungskante e bezeichnen wir mit w_e. Diese Längen befinden sich unter http://www.math.tu-bs.de/~litan/TSP/bays29.tsp.

Finde die kürzeste Rundreise, die nach dem Besuch aller 29 Städte zum Ausgangspunkt zurückkehrt.

(25 Punkte)

Aufgabe 3 (Gomory-Cuts):

Sei CH die konvexe Hülle der Punkte $(0,0), (1,0)$ und $(\frac{1}{2}, 3)$. Löse folgendes Problem (P): finde $\max\{x_2 \mid x = (x_1, x_2) \in CH,\ x \text{ ganzzahlig}\}$. Das Problem sollte dadurch gelöst werden, dass man die LP-Relaxierung von (P) betrachtet und sie gegebenenfalls durch wiederholtes Hinzufügen von Gomory-Cuts modifiziert und löst, bis man eine ganzzahlige Lösung erhält.

(15 Punkte)