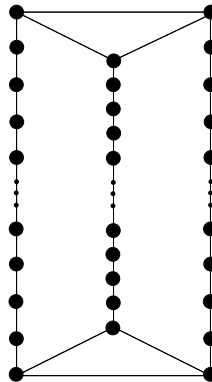


Lineare Optimierung Übung 11 vom 17.01.03

Abgabe der Aufgaben bis 13:00 Uhr am **Freitag, 24.01.03** durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes

Aufgabe 1 (Ein LP für TSP):

Betrachte folgenden Graphen:



Dieser Graph hat $3L$ Knoten (3 Reihen mit jeweils L Knoten). Alle Kanten des Graphen haben Länge 1. Wege zwischen nicht verbundenen Knoten kosten die Summe der benutzten Kanten.

- (a) Zeige: Eine optimale Rundreise der Knoten des Graphen hat mindestens die Länge $4L - 2$.
- (b) Betrachte das in der Vorlesung vorgestellte LP für TSP:

$$\begin{aligned} \min \quad & w^t x \\ \sum_{e \in \delta(v)} x_e &= 2 \quad \text{für } v \in V \\ \sum_{e \in \delta(S)} x_e &\geq 2 \quad \text{für } S \subset V, S \neq \emptyset \\ x &\geq 0. \end{aligned}$$

Jede ganzzahlige zulässige Lösung dieses LPs entspricht einer Rundreise.

Zeige: Es gibt eine zulässige LP-Lösung mit Zielfunktionswert $3L$. (Tipp: setze auf die Dreieckskanten $x_e = 1/2$.)

(25 Punkte)

Aufgabe 2 :

Abbildung 1 zeigt zehn Städte im Mittleren Westen der USA:

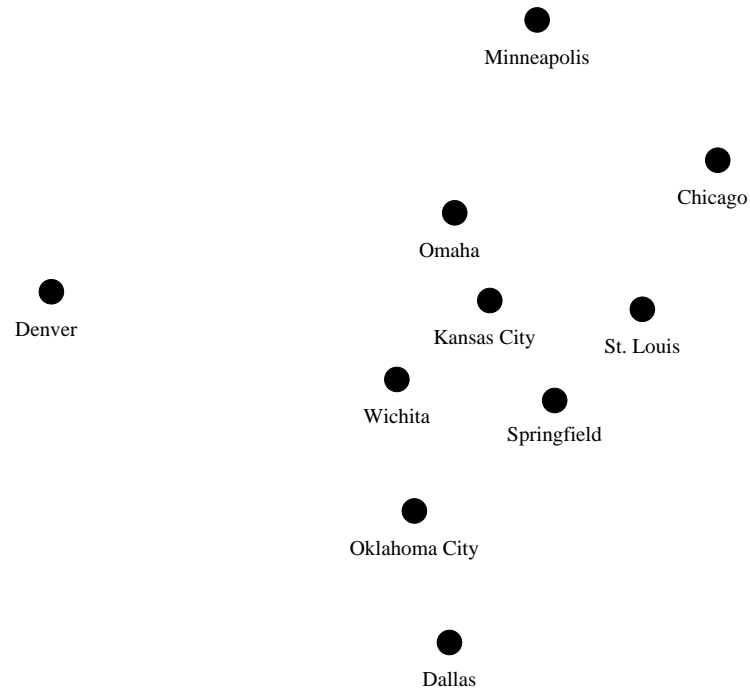


Abbildung 1: Zehn Städte im Mittleren Westen

Zwischen je zwei dieser Städte gibt es eine direkte Straßenverbindung. Die Länge einer Verbindungskante e bezeichnen wir mit w_e . Die Werte (auf Vielfache von 10 Meilen gerundet) sind die folgenden:

		2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Chicago	92	99	50	41	79	46	29	50	70
2	Dallas		78	49	94	21	64	63	42	37
3	Denver			60	84	61	54	86	76	51
4	Kansas City				45	35	20	26	17	20
5	Minneapolis					80	36	55	59	64
6	Oklahoma City						46	50	29	16
7	Omaha							45	37	30
8	St. Louis								21	45
9	Springfield									25
10	Wichita									

- (a) **Kürzestes Matching:** Bestimme die kürzeste Menge von Kanten, so dass jede Stadt genau einen Nachbar hat.
- (b) **Kürzeste Rundreise:** Finde die kürzeste Rundreise, die nach dem Besuch aller zehn Städte zum Ausgangspunkt zurückkehrt.

(15+20 Punkte)