Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Laura Heinrich-Litan

WS 2002/03

Lineare Optimierung
Übung 9 vom 20.12.02

Abgabe der Aufgaben bis 13:00 Uhr am **Freitag, 10.01.03** durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes

Aufgabe 1 (Polytope):

Sei $P \subseteq \mathbb{R}^n$ ein Polytop. Zeige:

(a) P hat endlich viele Ecken.

(b) P ist konvexe Hülle seiner Ecken. (Tipp: setze für den Widerspruch ein unzulässiges Ungleichungssystem an und benutze das Farkas Lemma.)

(c) Ein Punkt $x \in P$ ist genau dann eine Ecke von P, wenn $P \setminus \{x\}$ konvex ist.

(5+10+10 Punkte)

Aufgabe 2 :

Gegeben sei das lineare Programm (P)

$$\begin{aligned} \max\ & c^T x \\ Ax &\leq b, \end{aligned}$$

wobei $\mathrm{rg}(A) \leq n-1$ und $P(A,b) \neq \emptyset$ gelten soll. Zeige, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

(a) Das Maximum von (P) ist endlich.

(b) Die Menge der Optimallösungen von (P) enthält eine Gerade (d.h. es existieren $x, y \in \mathbb{R}^n$, so dass $x + \lambda y$ Optimallösungen von (P) sind für alle $\lambda \in \mathbb{R}$).

(c) Der Vektor c ist konische Kombination der Zeilen von A.

(20 Punkte)

Aufgabe 3 :

Das Problem min $c^T x$ unter $Ax = b$, $x \geq 0$ habe einen endlichen Optimalwert. Zeige, dass das Problem min $c^T x$ unter $Ax = b'$, $x \geq 0$ für alle b' nicht unbeschränkt ist.

(5 Punkte)

Aufgabe 4 (LP-Formulierung eines Optimierungsproblem):

Formuliere das folgende Optimierungsproblem als LP : Gegeben n Punkte (x_i, y_i) in der Ebene. Gesucht ist eine Gerade, die das Maximum der vertikalen Abstände zu den Punkten minimiert. Dualisiere das Problem. **(10 Punkte)**