TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG
INSTITUT FÜR MATHEMATISCHE OPTIMIERUNG
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Prof. Dr. S. Fekete, Dr. W. Marten

Wintersemester 2002/2003
14.12.02

Name		Aufgabe 1	
Vorname		Aufgabe 2	
Matrikelnummer		Aufgabe 3	
Studienfach		Aufgabe 4	
Fachsemester			
		Summe	

**Probeklausur zum Modul
„Lineare Algebra
für Studierende der Ingenieurwissenschaften“**

Ein eigenhändig beschriebenes DIN-A4-Blatt mit Notizen zum Stoff ist als einzige schriftliche Unterlage erlaubt.

Elektronische Hilfsmittel aller Art sind grundsätzlich nicht erlaubt. Insbesondere sind Mobil-Telefone während der Klausur auszuschalten.

Lesen Sie sich in aller Ruhe die Aufgabentexte durch, bevor Sie mit der Bearbeitung beginnen. Sie haben für die Bearbeitung neunzig Minuten Zeit. Wir wünschen Ihnen viel Erfolg.

Aufgabe 1. Sei $g \subseteq \mathbb{R}^3$ die Gerade durch die Punkte $\mathbf{P} = (2,3,4)^\top \in \mathbb{R}^3$ und $\mathbf{Q} = (5,1,2)^\top \in \mathbb{R}^3$. Sei $\mathbf{R} = (12,15,-10)^\top \in \mathbb{R}^3$ ein weiterer Punkt.

1.1. (3 Punkte.) Berechnen Sie den Abstand $d(\mathbf{R}, g)$ zwischen dem Punkt $\mathbf{R}$ und der Gerade g.

1.2. (3 Punkte.) Sei $h \subseteq \mathbb{R}^3$ die Gerade durch den Punkt $\mathbf{R}$, die die Gerade g senkrecht schneidet. Berechnen Sie den Schnittpunkt $\mathbf{S}$ der beiden Geraden g und h.

Aufgabe 2. (6 Punkte.) Berechnen Sie alle $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^\top \in \mathbb{R}^4$ mit

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 2 \\ -2 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & -8 & -3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Verwenden Sie das Verfahren von Gauß.

Aufgabe 3. Seien $\mathbf{a} = (2, 1, 3)^\top \in \mathbb{R}^3$ und $\mathbf{b} = (3, 6, -4)^\top \in \mathbb{R}^3$ gegeben.

3.1. (4 Punkte.) Berechnen Sie alle $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ mit $\|x\| = \sqrt{5}$ und

$$\mathbf{a} \times \mathbf{x} = \mathbf{b}.$$

3.2. (2 Punkte.) Machen Sie die Probe.

Aufgabe 4. Gegeben seien im $\mathbb{R}^3$ die vier Punkte

$$\mathbf{A} = (-1, 5, 2)^\top, \ \mathbf{B} = (-3, 1, 0)^\top, \ \mathbf{C} = (0, 1, -1)^\top, \ \mathbf{D} = (-5, 4, 2)^\top.$$

Sei $E \subseteq \mathbb{R}^3$ die Ebene, die die Punkte $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ enthält.

4.1. (4 Punkte.) Berechnen Sie die Hesse-Normalform der Ebene E.

4.2. (2 Punkt.) Berechnen Sie den Abstand $d(\mathbf{D}, E)$ zwischen dem Punkt $\mathbf{D}$ und der Ebene E. Untersuchen Sie, ob der Ursprung $\mathbf{0} = (0, 0, 0)^\top$ und der Punkt $\mathbf{D}$ durch die Ebene E getrennt werden.
