TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG
INSTITUT FÜR MATHEMATISCHE OPTIMIERUNG
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Prof. Dr. S. Fekete, Dr. W. Marten

Wintersemester 2002/2003
19.12.2002, Blatt 8

Übungen zum Modul
„Lineare Algebra
für Studierende der Ingenieurwissenschaften“

56.G. Gegeben seien die reellen Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Matrizenprodukte $(AB)C$ und $A(BC)$.

57.Geo. Gegeben seien die reellen Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Matrizenprodukte $(AB)C$ und $A(BC)$.

58.G. Gegeben sei die reelle (5×5)-Matrix

$$D = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 15 & 16 & 17 & 18 & 19 \end{pmatrix}.$$

58.1. Berechnen Sie Rang r und Defekt d der Matrix D.

58.2. Berechnen Sie ein linear unabhängiges Erzeugendensystem

$$\{\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_d\}$$

der Lösungsmenge $N(D) \subseteq \mathbb{R}^5$ des homogenen linearen Gleichungssystems

$$D\mathbf{x} = \mathbf{0}\,.$$

Überlegen Sie sich, dass die Menge $N(D)$ nicht leer ist.

58.3. Sei $\mathbf{w} = (2, -7, 3, 7, -5)^\top$. Prüfen Sie nach, dass $\mathbf{w} \in N(D)$ gilt. Stellen Sie den Vektor $\mathbf{w}$ als Linearkombination der Vektoren $\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_d$ aus 58.2 dar. Wieviele Möglichkeiten gibt es?

59.Geo. Bestimmen Sie Rang und Defekt der reellen Matrix

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & 3 \\ 4 & 8 & -12 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie ein linear unabhängiges Erzeugendensystem der Lösungsmenge $N(E) \subseteq \mathbb{R}^3$ des homogenen linearen Gleichungssystems $E\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

60.G. Rechnen Sie nach, dass die reellen Polynome

$$p_0(x) = 1\,,\ p_1(x) = 2x - 1\,,\ p_2(x) = 6x^2 - 6x + 1$$

linear unabhängig sind. Stellen Sie das Polynom $q(x) = 1 - 12x + 30x^2$ als Linearkombination der Polynome $p_0(x), p_1(x), p_2(x)$ dar.

Große Übung. Aufgaben 56.G, 58.G, 60.G.

Kleine Übung. Die vier Aufgaben der Probeklausur vom 14.12.02 zum Modul „Lineare Algebra“.

Geoökologie. Hausaufgaben sind die Aufgaben 57.Geo und 59.Geo. Abgabe zu Beginn der kleinen Übung am 14.1.2003.

Die mathematischen Institute der TU Braunschweig wünschen Ihnen ein frohes Weihnachtsfest und ein glückliches neues Jahr.