TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG
INSTITUT FÜR MATHEMATISCHE OPTIMIERUNG
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Prof. Dr. S. Fekete, Dr. W. Marten

Wintersemester 2002/2003
21.11.2002, Blatt 4

Übungen zum Modul „Lineare Algebra für Studierende der Ingenieurwissenschaften“

Key Terms. *Lineare Gleichungssysteme. Verfahren von Gauß. Hesse-Normalform.*

29.G. Gegeben seien $\mathbf{a} = (4, -5, 3) \in \mathbb{R}^3$ und $\mathbf{b} = (2, 1, -2) \in \mathbb{R}^3$ aus Aufgabe 11.Geo. Zerlegen Sie $\mathbf{a}$ in der Form $\mathbf{a} = \mathbf{v} + \mathbf{w}$, wobei $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ parallel und $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$ senkrecht zu $\mathbf{b}$ ist. Berechnen Sie $\mathbf{v}$ und $\mathbf{w}$ mit Hilfe eines linearen Gleichungssytems.

30.K. Wiederholen Sie 29.G für die beiden Vektoren $\mathbf{a} = (2, 5, -4)$ und $\mathbf{b} = (1, -2, -3)$ aus Aufgabe 10.K.

31.Geo. Wiederholen Sie 29.G für die beiden Vektoren $\mathbf{a} = (3, 2, -6)$ und $\mathbf{b} = (2, -4, 1)$ aus Aufgabe 9.G.

32.G. Berechnen Sie alle $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \in \mathbb{R}^6$ mit

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 & 3 & 13 \\ 2 & 4 & 3 & 8 & 4 & 22 \\ 3 & 6 & 4 & 12 & 5 & 31 \\ 4 & 8 & 5 & 16 & 4 & 38 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 38 \\ 52 \\ 58 \end{pmatrix}.$$

Wenden Sie das Verfahren von Gauß an.

33.K. Berechnen Sie alle $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4$ mit

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 21 & 3 \\ 4 & 0 & 12 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 6 & 18 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 4 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Wenden Sie das Verfahren von Gauß an.

34.Geo. Berechnen Sie alle $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4$ mit

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 6 & 5 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Wenden Sie das Verfahren von Gauß an.

35.G. Seien $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^3$ mit $\|\mathbf{n}\| = 1$ und $d \geq 0$ gegeben. Dann bilden die $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ mit

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{x} = d \tag{1}$$

eine Ebene $E \subseteq \mathbb{R}^3$. Dabei ist d der Abstand zwischen der Ebene E und dem Ursprung $\mathbf{0} = (0,0,0) \in \mathbb{R}^3$. Der Normaleneinheitsvektor $\mathbf{n}$ steht senkrecht auf E und zeigt von $\mathbf{0}$ in Richtung auf E. Gleichung (1) ist die *Hesse-Normalform* der Ebene E.

Seien $\mathbf{P} = (2,3,4)$ und $\mathbf{Q} = (1,1,1)$ Punkte im $\mathbb{R}^3$. Sei $g \subseteq \mathbb{R}^3$ die Gerade durch $\mathbf{P}$ und $\mathbf{Q}$. Die Ebene $E \subseteq \mathbb{R}^3$ schneide die Gerade g senkrecht im Punkte $\mathbf{P}$. Berechnen Sie die Hesse-Normalform von E und den Abstand $d(\mathbf{R}, E)$ zwischen $\mathbf{R} = (5,5,3)$ und E.

Große Übung: Aufgaben 29.G, 32.G, 35.G.

Kleine Übung: Aufgaben 30.K, 33.K.

Geoökologie: Hausaufgaben sind die Aufgaben 31.Geo, 34.Geo. Abgabe der Ausarbeitungen zu Beginn der kleinen Übung am 3.12.02
