TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG
INSTITUT FÜR MATHEMATISCHE OPTIMIERUNG
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Prof. Dr. S. Fekete, Dr. W. Marten

Wintersemester 2002/2003
7.11.2002, Blatt 2

Übungen zum Modul „Lineare Algebra für Studierende der Ingenieurwissenschaften"

Key Terms. *Rechnen mit Vektoren. Skalarprodukt. Winkel. Orthogonale Projektionen. Erinnerung an Resultate aus der Elementargeometrie: Satz des Pythagoras, Höhensatz, Cosinus-Satz, Parallelogramm-Regel.*

9.G. Gegeben seien $\mathbf{a} = (3, 2, -6) \in \mathbb{R}^3$ und $\mathbf{b} = (2, -4, 1) \in \mathbb{R}^3$. Zerlegen Sie $\mathbf{a}$ in der Form $\mathbf{a} = \mathbf{v} + \mathbf{w}$, wobei $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ parallel und $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$ senkrecht zu $\mathbf{b}$ ist. Überprüfen Sie das Ergebnis, indem Sie den Satz des Pythagoras anwenden.

10.K. Wiederholen Sie 9.G für $\mathbf{a} = (2, 5, -4)$ und $\mathbf{b} = (1, -2, -3)$.

11.Geo. Wiederholen Sie 9.G für $\mathbf{a} = (4, -5, 3)$ und $\mathbf{b} = (2, 1, -2)$.

12.G. Zeigen Sie, dass die vier Punkte

$$\mathbf{A} = (0, 0, 0)\,,\ \mathbf{B} = (2, 0, 0)\,,\ \mathbf{C} = (1, \sqrt{3}, 0)\,,\ \mathbf{D} = \left(1, \frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{\frac{8}{3}}\right)$$

die Eckpunkte eines regelmäßigen Tetraeders $T \subseteq \mathbb{R}^3$ bilden.

13.G. Zeigen Sie, dass $\mathbf{A} = (1, 2)$, $\mathbf{B} = (3, 4)$ und $\mathbf{C} = (6, 1)$ ein rechtwinkliges Dreieck $D \subseteq \mathbb{R}^2$ bilden. Rechnen Sie die Gültigkeit des Höhensatzes nach. Berechnen Sie den elementargeometrischen Flächeninhalt von D.

14.K. Sei $D \subseteq \mathbb{R}^2$ das Dreieck mit den Eckpunkten $\mathbf{A} = (1,2)$, $\mathbf{B} = (3,4)$ und $\mathbf{C} = (5,1)$. Rechnen Sie für D die Gültigkeit des Cosinus-Satzes nach.

15.G. Zeigen Sie, dass die Punkte

$$\mathbf{A} = (1,-2,3)\,,\ \mathbf{B} = (4,0,-3)\,,\ \mathbf{C} = (3,-6,4)\,,\ \mathbf{D} = (6,-4,-2)$$

die Eckpunkte eines Parallelogramms $P \subseteq \mathbb{R}^3$ bilden. Rechnen Sie für P die Gültigkeit der Parallelogramm-Regel nach.

16.K. Wiederholen Sie 15.G für die Punkte

$$\mathbf{A} = (3,0,-4)\,,\ \mathbf{B} = (6,4,-4)\,,\ \mathbf{C} = (0,2,0)\,,\ \mathbf{D} = (3,6,0)\,.$$

17.Geo. Sei $g \subseteq \mathbb{R}^3$ die Gerade durch die beiden Punkte $\mathbf{P} = (2,-4,1)$ und $\mathbf{Q} = (-2,-14,-5)$. Berechnen Sie den Abstand von $\mathbf{R} = (-4,10,6)$ und g.

18.G. Sei $\mathbf{x_0} = (1,0)$. Zeigen Sie, dass die Menge

$$E = \{\, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \|\mathbf{x} - \mathbf{x_0}\| + \|\mathbf{x} + \mathbf{x_0}\| = 4 \,\}$$

nicht leer ist. Deuten Sie E geometrisch. Bestimmen Sie den größten Wert a, den $\|\mathbf{x}\|$ für $\mathbf{x} \in E$ annehmen kann. Bestimmen Sie ferner den kleinsten Wert b, den $\|\mathbf{x}\|$ für $\mathbf{x} \in E$ annehmen kann. Geben Sie eine geometrische Deutung von a und b.

Große Übung: Aufgaben 9.G, 12.G, 13.G, 15.G, 18.G.

Kleine Übung: Aufgaben 10.K, 14.K, 16.K.

Geoökologie: Hausaufgaben sind die Aufgaben 11.Geo, 17.Geo. Abgabe der Ausarbeitungen zu Beginn der kleinen Übung am 19.11.2002.

Probeklausuren: Samstag, 14.12.2002, 11.30-15.30 Uhr.

Klausuren: Mittwoch, 26.2.2003, 8.00-13.00 Uhr. Studierende der Fachbereiche 6 und 7 müssen sich zur Teilnahme in ihren Fachbereichen anmelden.