Technische Universität Braunschweig
Fachbereich 1 – Mathematik
Prof. Dr. S. Fekete
Dr. W.Marten

Wintersemester 2002/2003

Klausur zum Modul "Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften" 26.02.2003

Name: .....

Vorname: .....

Matr.-Nr.: .....

Studiengang: .....

Mit dem Aushang des Klausurergebnisses nur mit der Matrikelnummer
*- am Raum **F 424***
- im Internet
(ggf. streichen!) bin ich einverstanden:

..... *(Unterschrift)*
Ohne Unterschrift kein Aushang!

Die Klausur ist mit 10 von 24 Punkten bestanden.
Alle Blätter sind mit *Namen* zu versehen. Abzugeben sind die Lösungen in *Reinschrift* mit allen *Nebenrechnungen* auf den **Vorderseiten** von DIN A4-Blättern, sowie diesem Blatt als Deckblatt. **Bitte jeweils ein neues Blatt für eine neue Aufgabe!** Mit *Bleistift* oder *in rot* geschriebene Klausurteile können nicht gewertet werden. Die Bearbeitungszeit für die Klausur ist 90 Minuten. Erlaubte Hilfsmittel sind schriftliche Unterlagen wie Skripten, Übungsblätter und Musterlösungen, persönliche Aufzeichnungen. Nicht erlaubt sind Bücher und Taschenrechner aller Art.

Aufgabe	**Bearbeitet** *(Selbst ankreuzen!)*	**Punkte**	**von**
1.1			**3**
1.2			**3**
2			**6**
3.1			**3**
3.2			**3**
4.1			**3**
4.2			**3**
Summe			**24**

Note: .....

Aufgabe 1.

1.1. (3.0 Punkte.) Berechnen Sie die Summe der Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{9n^2 - 3n - 2}\,.$$

Wenden Sie die Teleskop-Methode an.

1.2. (3.0 Punkte.) Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x) - x\cos(x)}{\sin^3(x)}\,.$$

Wenden Sie die Regeln von de l'Hospital an.

Aufgabe 2.

Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei durch

$$f(x) = \frac{6x^3 - 3x^5}{x^2 + 1}$$

definiert.

2.1. (1.0 Punkte.) Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f und die Grenzwerte $\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$.

2.2. (4.0 Punkte.) Bestimmen Sie das Monotonieverhalten sowie die relativen Extrema von f.

2.3. (1.0 Punkte.) Skizzieren Sie den Graphen von f.

Aufgabe 3.

3.1. (3 Punkte.) Berechnen Sie das vierte Taylorpolynom der Funktion

$$g(x) = \ln(\cos^2(x))$$

um den Entwicklungspunkt $x = 0$.

3.2. (3 Punkte.) Berechnen Sie das dritte Taylorpolynom der Funktion

$$h(x) = \int_0^x \frac{1 - \cos(t)}{t^2}\, dt$$

um den Entwicklungspunkt $x = 0$. (Verwenden Sie die Taylorentwicklung von $\cos(t)$ um $t = 0$. Integrieren Sie gliedweise.)

Aufgabe 4.

4.1. (3.0 Punkte.) Berechnen Sie das unbestimmte Integral

$$\int \frac{2x^2 - 5x + 11}{(x-1)(x^2 - 2x + 5)}\, dx\,.$$

(Nehmen Sie eine Partialbruchzerlegung des Integranden vor. Es gilt

$$\int \frac{\alpha x + \beta}{(x-a)^2 + b^2}\, dx = \frac{\alpha}{2}\, \ln|\,(x-a)^2 + b^2\,| + \frac{\alpha a + \beta}{b}\, \arctan\left(\frac{x-a}{b}\right)$$

für $\alpha, \beta, a, b \in \mathbb{R}$ und $b \neq 0$.)

4.2. (3.0 Punkte.) Berechnen Sie das bestimmte Integral

$$\int_{\sqrt{3}}^2 \frac{3x^3}{\sqrt{x^2 - 3}}\, dx\,.$$

(Zerlegen Sie den Integranden in der Form

$$\frac{3x^3}{\sqrt{x^2-3}} = 3x^2 \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2-3}}\,.$$

Betrachten Sie den zweiten Faktor als Ableitung. Integrieren Sie partiell. Wenden Sie schließlich den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung an.)