TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG
INSTITUT FÜR MATHEMATISCHE OPTIMIERUNG
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Prof. Dr. S. Fekete, Dr. W. Marten

Wintersemester 2002/2003
9.1.2003, Blatt 9

**Übungen zum Modul „Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften“**

**61.G.** Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktionen

**61.1.** $f(x) = (2 - x^2)\cos(x^2) + 2x\sin(x^3)$,

**61.2.** $g(x) = \dfrac{(1+\exp(x^2))(2+\cos(x))}{(1+x^4)^7}$,

**61.3.** $h(x) = (\cos(x)\sin(x))^x$

in allen Punkten $x \in \mathbb{R}$, in denen dies sinnvoll ist.

**62.K.** Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktionen

$$f(x) = \tan(\cos(x))\ ,\quad g(x) = \ln(\ln(x^2))\ ,\quad h(x) = \ln\left(\frac{x^{2x}\sin^2(x)}{x^2}\right)$$

in allen Punkten $x \in \mathbb{R}$, in denen dies sinnvoll ist.

**63.Geo.** Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktionen

$$f(x) = \tan(x^4 - x^3)\ ,\quad g(x) = x^2\sin\left(\frac{1}{x}\right)\ ,\quad h(x) = (\ln(x))^x$$

in allen Punkten $x \in \mathbb{R}$, in denen dies sinnvoll ist.

**64.G.** Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(\cosh(5x))}{\ln(\cosh(3x))}\ ,\quad \lim_{x\to\pi}\frac{\ln(\sin^2(x))}{\ln(\sin^2(2x))}\ ,\quad \lim_{x\to 0+}\frac{1}{\sqrt{x}}\left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x}\right)\ .$$

Wenden Sie die Regeln von de l'Hôpital an.

**65.K.** Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cosh(x)-1}{\cos(x)-1}\ , \quad \lim_{x\to\infty} \frac{x\ln(x)}{x^2-1}\ , \quad \lim_{x\to 0} \frac{(2-x)e^x-x-2}{x^3}\ .$$

Wenden Sie die Regeln von de l'Hôpital an.

**66.Geo.** Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{\tan(x)}\right)\ , \quad \lim_{x\to 1} \frac{x^x-x}{1-x+\ln(x)}\ .$$

Wenden Sie die Regeln von de l'Hôpital an.

**67.G.** Die Funktion $f:\mathbb{R}\setminus\{2\}\to\mathbb{R}$ sei durch

$$f(x) = \frac{x^2-3}{x-2}\exp\left(\frac{x^2-3}{x-2}\right)$$

definiert. Auf welchen Intervallen ist $f$ monoton? Berechnen Sie die relativen Extrema von $f$. Kann $f$ im Punkt $x=2$ stetig ergänzt werden? Berechnen Sie die Grenzwerte $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$. Skizzieren Sie den Graphen von $f$.

**68.K.** Die Funktion $f:\mathbb{R}\setminus\{2,14\}\to\mathbb{R}$ sei durch

$$f(x) = \frac{1}{x-14}\exp\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$$

definiert. Auf welchen Intervallen ist $f$ monoton? Berechnen Sie die relativen Extrema von $f$.

**69.G.** Zeigen Sie, dass die Ungleichungen

$$1-\frac{1}{x} \le \ln(x) \le x-1$$

für alle $x>0$ gelten. Wenden Sie den Mittelwertsatz der Differentialrechnung an.

---

**Große Übung.** *Aufgaben 61.G, 64.G, 67.G, 69.G.*

**Kleine Übung.** *Aufgaben 62.K, 65.K, 68.K.*

**Geoökologie.** *Hausaufgaben sind die Aufgaben 63.Geo und 66.Geo. Abgabe der Ausarbeitungen zu Beginn der kleinen Übung am 21.1.03.*

---