

**Übungen zum Modul
„Analysis I
für Studierende der Ingenieurwissenschaften“**

61.G. Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktionen

61.1. $f(x) = (2 - x^2) \cos(x^2) + 2x \sin(x^3),$

61.2. $g(x) = \frac{(1 + \exp(x^2))(2 + \cos(x))}{(1 + x^4)^7},$

61.3. $h(x) = (\cos(x) \sin(x))^x$

in allen Punkten $x \in \mathbb{R}$, in denen dies sinnvoll ist.

62.K. Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktionen

$$f(x) = \tan(\cos(x)), \quad g(x) = \ln(\ln(x^2)), \quad h(x) = \ln\left(\frac{x^{2x} \sin^2(x)}{x^2}\right)$$

in allen Punkten $x \in \mathbb{R}$, in denen dies sinnvoll ist.

63.Geo. Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktionen

$$f(x) = \tan(x^4 - x^3), \quad g(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), \quad h(x) = (\ln(x))^x$$

in allen Punkten $x \in \mathbb{R}$, in denen dies sinnvoll ist.

64.G. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cosh(5x))}{\ln(\cosh(3x))}, \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln(\sin^2(x))}{\ln(\sin^2(2x))}, \quad \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{1}{\sqrt{x}} \left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x} \right).$$

Wenden Sie die Regeln von de l'Hôpital an.

65.K. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh(x) - 1}{\cos(x) - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \ln(x)}{x^2 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2-x)e^x - x - 2}{x^3}.$$

Wenden Sie die Regeln von de l'Hôpital an.

66.Geo. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{\tan(x)} \right), \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \ln(x)}.$$

Wenden Sie die Regeln von de l'Hôpital an.

67.G. Die Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ sei durch

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 2} \exp\left(\frac{x^2 - 3}{x - 2}\right)$$

definiert. Auf welchen Intervallen ist f monoton? Berechnen Sie die relativen Extrema von f . Kann f im Punkt $x = 2$ stetig ergänzt werden? Berechnen Sie die Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$. Skizzieren Sie den Graphen von f .

68.K. Die Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{2, 14\} \rightarrow \mathbb{R}$ sei durch

$$f(x) = \frac{1}{x - 14} \exp\left(\frac{x - 1}{x - 2}\right)$$

definiert. Auf welchen Intervallen ist f monoton? Berechnen Sie die relativen Extrema von f .

69.G. Zeigen Sie, dass die Ungleichungen

$$1 - \frac{1}{x} \leq \ln(x) \leq x - 1$$

für alle $x > 0$ gelten. Wenden Sie den Mittelwertsatz der Differentialrechnung an.

Große Übung. Aufgaben 61.G, 64.G, 67.G, 69.G.

Kleine Übung. Aufgaben 62.K, 65.K, 68.K.

Geoökologie. Hausaufgaben sind die Aufgaben 63.Geo und 66.Geo. Abgabe der Ausarbeitungen zu Beginn der kleinen Übung am 21.1.03.
