

**Übungen zum Modul
„Analysis I
für Studierende der Ingenieurwissenschaften“**

Key Terms. *Formel von Euler-Moivre. Betrag und Argument. Polarkoordinatendarstellung komplexer Zahlen. Nullstellen komplexer Polynome. Zahlenfolgen. Grenzwerte.*

19.G. Jede komplexe Zahl z kann in der Form $z = |z| e^{i\varphi}$ dargestellt werden. Dabei ist $\bar{z}$ die *konjugiert-komplexe Zahl* zu z , $|z| = \sqrt{z\bar{z}} \geq 0$ der *Betrag* und $\varphi \in \mathbb{R}$ das *Argument* von z .

Die Darstellung $z = |z| e^{i\varphi}$ ist die Polarkoordinatendarstellung von z . Für $z \neq 0$ sind verschiedene Konventionen üblich, um das Argument φ eindeutig festzulegen.

19.1. Berechnen Sie $(1 + i)^{10}$ mit Hilfe der Polarkoordinatendarstellung. Verwenden Sie die Formel von Euler-Moivre.

20.G. Gegeben sei

$$z = \frac{(1 - i)^6}{(\sqrt{3} + i)^5}.$$

Berechnen Sie Realteil, Imaginärteil, Betrag und Argument von z . Stellen Sie z in Polarkoordinaten dar.

21.K. Stellen Sie

$$z = \frac{(\sqrt{3} + 3i)^2}{(1 + i)^3}$$

in Polarkoordinaten dar.

22.Geo. Gegeben seien

22.1. $z_1 = \frac{30 + 25i}{1 + 2i} - \frac{40}{2 + i},$

22.2. $z_2 = (1 + i\sqrt{3})^7.$

Berechnen Sie Real- und Imaginärteil von z_1 und z_2 . Stellen Sie z_1 und z_2 in Polarkoordinaten dar.

23.G. Berechnen Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit $z^3 = 11 + 2i$.

24.K. Berechnen Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit $z^3 = -2 + 2i$.

25.Geo. Berechnen Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit $z^3 = i$.

26.G. Berechnen Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit

$$\left| \frac{z - 3}{z + 3} \right| = 2.$$

Geben Sie eine geometrische Deutung.

27.G. Berechnen Sie

$$s_k = \sum_{n=1}^k \frac{1}{n(n+1)}$$

für $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Welchen Grenzwert der Folge $(s_k)_{k \in \mathbb{N}}$ vermuten Sie?

28.K. Gegeben sei die Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ mit

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{3}{x_n} \right), \quad x_0 = 3.$$

Berechnen Sie mit einem Taschenrechner x_1 bis x_{10} . Was beobachten Sie? Welchen Grenzwert vermuten Sie?

Große Übung: Aufgaben 19.G, 20.G, 23.G, 26.G, 27.G.

Kleine Übung: Aufgaben 21.K, 24.K, 28.K.

Geoökologie: Hausaufgaben sind die Aufgaben 22.Geo, 25.Geo. Abgabe der Ausarbeitungen zu Beginn der kleinen Übung am 26.11.2002.
