Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

SS 2003

Diskrete Optimierung
Übung 10 vom 24.06.03

Abgabe der Aufgaben bis 15:00 Uhr am **Dienstag, 01.07.03** vor der großen Übung.

Aufgabe 1 (Der CYCLE-CANCELING Algorithmus):

Der CYCLE-CANCELING Algorithmus berechnet wie folgt einen kostenminimalen b-Fluss f in einem Netztwerk (G, u, b, c) mit Kapazitäten $u : E(G) \to \mathbb{R}_+$, Bilanzen $b : V(G) \to \mathbb{R}_+$ und Kantenkosten $c : E(G) \to \mathbb{R}_+$:

1. Berechne einen b-Fluss f
2. Finde einen Kreis C mit negativen Kosten im Residualnetzwerk G_f
IF (G_f hat keinen negativen Kreis) THEN STOP
3. Berechne $\gamma := \min_{e \in E(C)} u_f(e)$ und augmentiere f entlang C um γ
GOTO **2.**

In den folgenden Abbildungen stehen die Zahlen an den Kanten für Kosten und Kapazität. Ausserdem nimmt die Bilanzfunktion b den Wert 0 in jedem Knoten an.

a) Illustriere den Algorithmus anhand des Netzwerkes in Abbildung 1.

b) Zeige an dem Netzwerk in Abbildung 2, dass der Cycle-Canceling Algorithmus kein polynomielles Verfahren ist. Gib dafür eine Folge von Augmentierungen an, die $2 \cdot 10^6$ Iterationen benötigt, um einen kostenminimalen Fluss zu bestimmen.

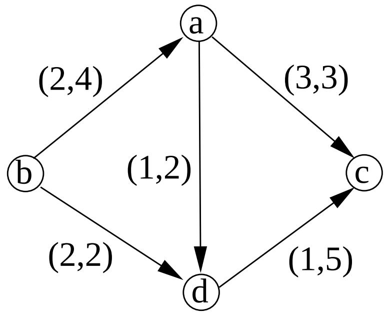


Abbildung 1: Ein Netzwerk

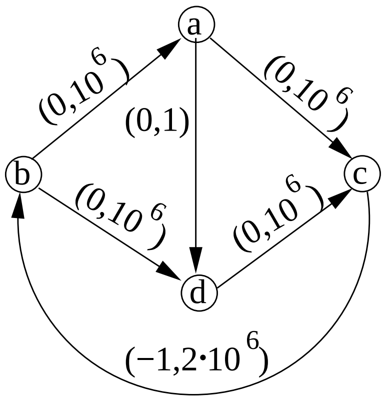
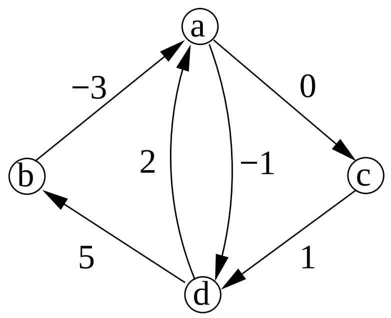


Abbildung 2: Ein zweites Netzwerk

(15+15 Punkte)

Aufgabe 2 (Minimum Mean Cycle):

Bestimme mit dem in der Vorlesung vorgestellten MINIMUM MEAN CYCLE Algorithmus einen Kreis minimalen Durchschnittsgewichts im folgenden Netzwerk:



(15 Punkte)

Aufgabe 3 (Fluss und Potential):

Betrachte das in Abbildung 3 gezeigte Min-Cost-Flow-Problem. Die Zahlen (c_e, u_e) an den Kanten stehen für Kosten und Kapazität, und die Zahlen $[b_v, y_v]$ an den Knoten für Bilanz und Potential. Entscheide, ob es einen Flussvektor x gibt, der die Optimalitätsbedingungen vom komplementären Schlupf mit dem angegebenen Potentialvektor y erfüllt.

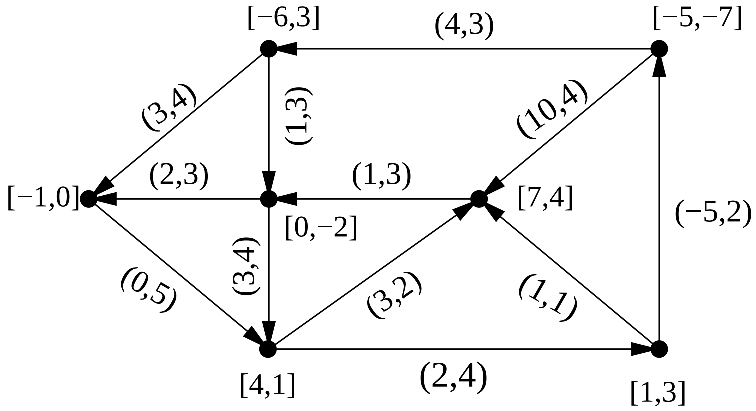


Abbildung 3: Gegeben Potential y, finde Fluss x.

(15 Punkte)