

Prof. Dr. Sándor Fekete  
Dr. Laura Heinrich-Litan

## Diskrete Optimierung Übung 1 vom 15.04.03

Abgabe der Aufgaben bis 15:00 Uhr am **Dienstag, 22.04.03** vor der großen Übung.

### Aufgabe 1 (Isomorphie und Komplement):

- (a) Sei  $G$  ein Graph mit  $n$  Knoten, der zum eigenen Komplement isomorph ist.  
Zeige:  $n \in \{0, 1\}(\text{mod}4)$ .
- (b) Bestimme sämtliche Graphen mit  $2 \leq n \leq 7$ , die zu ihrem eigenen Komplement isomorph sind. (20 Punkte)

### Aufgabe 2 (Schnitte mit vielen Kanten):

Zeige per Induktion: Jeder ungerichtete Graph hat einen Schnitt, der mindestens die Hälfte aller Kanten enthält.

Lässt sich diese Schranke verbessern, oder gibt es beliebig große Graphen, für die kein Schnitt mehr als die Hälfte der Knoten enthält? (20 Punkte)

### Aufgabe 3 (Finden von Kreisen in Linearzeit):

Sei  $G = (V, E)$  ein gerichteter Graph mit  $n$  Knoten und  $m$  Kanten, der durch eine Adjazenzliste gegeben ist. Beschreibe einen Algorithmus, der in linearer Laufzeit (also  $O(n+m)$ ) einen gerichteten Kreis findet oder entscheidet, dass es keinen solchen Kreis gibt.

(Hinweis: Man kann eine kleine Hilfsaussage zu auftretendem Ein- und Ausgrad von Knoten in kreisfreien Digraphen aufstellen und beweisen.) (20 Punkte)