Institut für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

WS 06/07

Prof. Dr. Sándor Fekete
Nils Schweer

Fortgeschrittene Lineare Optimierung
Übung 11 vom 25.01.2007

(Abgabe bis zum 01.02.2007, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes **vor** dem Raum F 310)

Aufgabe 1 (Ellipsoidmethode):

In der j-ten Iteration der Ellipsoidmethode seien $a_j = (0,0)^T$, $A_j = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ gegeben, und sei $x + y \leq -1$ eine der Ungleichungen. Stelle diese Situation graphisch dar. Bestimme a_{j+1} und A_{j+1} und stelle das zugehörige Ellipsoid graphisch dar.

(15 Punkte)

Aufgabe 2 (Separieren für das Subtour-Polytop):

Betrachte das folgende ganzzahlige Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{llcll} \min & \sum_{e \in E} x_e c_e & & & \\ & \sum_{e \in \delta(v)} x_e & = & 2 & \forall\, v \in V \\ & \sum_{e \in \delta(S)} x_e & \geq & 2 & \forall\, \emptyset \neq S \subset V \\ & \quad x_e & \in & \{0,1\} & \forall e \in E \end{array}$$

(a) Welches Problem wird hier beschrieben?

(b) Wir ersetzen die Ganzzahligkeitsbedingung für x_e durch $x_e \in [0,1]$ und erhalten ein LP. Die zulässige Menge ist das sogenannte *Subtour-Polytop* P. Interpretiere die Bedingungen zu den Teilmengen S.

(c) Warum kann man das LP nicht so ohne Weiteres lösen?

(d) Nun sei ein $\overline{x}$ gegeben, von dem wir nicht wissen, ob es zu P gehört. Wie kann man in polynomieller Zeit das *Separationsproblem* bezüglich P lösen, d.h. entweder eine von $\overline{x}$ verletzte Ungleichung identifizieren oder feststellen, dass $\overline{x}$ in P liegt?

(Tipp zu (d): Betrachte ein geeignetes Min-Cut-Problem, um zu entscheiden, ob die Bedingungen zu den Teilmengen S erfüllt sind.)

(1+1+1+12 Punkte)