Institut für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

WS 06/07

Prof. Dr. Sándor Fekete
Nils Schweer

Fortgeschrittene Lineare Optimierung
Übung 9 vom 11.01.2006

(Abgabe bis zum 18.01.2007, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes **vor** dem Raum F 310)

Aufgabe 1 (Größe der Ecken von Polyedern):

Seien $P = \{x \in \mathbb{R}^4 \mid Ax \leq b, x \geq 0\}$ und $Q = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid Bx \leq d, x \geq 0\}$, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Sei $v = (v_1, v_2, v_3, v_4)$ eine beliebige Ecke von P und sei v_i, $1 \leq i \leq 4$, eine beliebige Koordinate von v. Gib obere Schranken für den Absolutbetrag des Zählers von v_i, für den Absolutbetrag des Nenners von v_i und für $|v_i|$ an. Löse die selbe Aufgabe für eine beliebige Ecke $q = (q_1, q_2, q_3)$ von Q.

(b) Verbessere diese Schranken deutlich unter Verwendung der Cramerschen Regel mit den konkreten Matrizen (vgl. Beweis zu Satz 12.11 (a) aus dem Skript von Martin Grötschel (http://www.zib.de/groetschel/teaching/skriptADMII1-13.pdf)).

(c) Reduziere das Optimierungsproblem max $d^T x$, $x \in P$ mit Hilfe der Dualität auf das Problem einen zulässigen Punkt in einem Polyeder $\bar{P}$ zufinden oder zu entscheiden, dass $\bar{P}$ leer ist.

(10+10+10 Punkte)