Institut für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

WS 06/07

Prof. Dr. Sándor Fekete
Nils Schweer

Fortgeschrittene Lineare Optimierung
Übung 8 vom 21.12.2006

(Abgabe bis zum 11.01.2007, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes **vor** dem Raum F 310)

Aufgabe 1 (Polare Kegel):

Zur Erinnerung: Für eine unendliche Menge S ist

$$cone(S) := \left\{ \sum_{i=1}^{n} \lambda_i s_i \mid n \in \mathbb{N}, s_1, \ldots, s_n, \lambda \in \mathbb{R}, \lambda \geq 0 \right\} .$$

Der *polare Kegel* einer Menge $S \subseteq \mathbb{R}^n$ beschreibt alle Ungleichungen der Form $a^T x \leq 0$, die für S gültig sind. Er ist definiert als

$$S^\circ := \{a \in \mathbb{R}^n \mid a^T x \leq 0 \ \forall x \in S\}.$$

Im Folgenden seien $S, T \subseteq \mathbb{R}^n$. Zeige:

a) S° ist ein Kegel.

b) $S \subseteq T \Rightarrow T^\circ \subseteq S^\circ$.

c) $S \subseteq S^{\circ\circ}$.

d) $cone(S^\circ) = S^\circ$.

e) $(cone(S))^\circ = S^\circ$.

f) $S^\circ = S^{\circ\circ\circ}$.

g) Für jede Matrix A gilt: $cone(A) = P(A^T, 0)^\circ$, wobei $cone(A)$ die konische Hülle der Spaltenvektoren von A ist. (Tipp: Verwende das Farkas-Lemma.)

(3+3+3+3+5+3+10 Punkte)

Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins Neue Jahr!