Institut für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Nils Schweer

WS 06/07

Fortgeschrittene Lineare Optimierung
Übung 7 vom 14.12.2006

(Abgabe bis zum 21.12.2006, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes **vor** dem Raum F 310)

Aufgabe 1 (Kegel):

In Aufgabenblatt 6 haben wir die Menge $X = P(A, 0) = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + x_2 - x_3 \leq 0, x_1 - x_2 - x_3 \leq 0, -x_1 + x_2 - x_3 \leq 0, -x_1 - x_2 - x_3 \leq 0\}$ betrachtet und gezeigt, dass es sich dabei um einen Kegel handelt. Außerdem wurde eine Menge $S = \{b_1, \ldots, b_m\}$ bestimmt, so dass $cone(S) = X$ ist.

Sei nun $Y := \{a_1, \ldots, a_m\}$ die Menge von Zeilenvektoren der Matrix A; B die aus den Zeilenvektoren $\{b_1, \ldots, b_m\}$ gebildete Matrix. Verifiziere für das genannte Beispiel: Es gilt tatsächlich wie in der Vorlesung bewiesen $P(B, 0) = cone(Y)$.

(10 Punkte)

Aufgabe 2 (Kegelbasen):

Sei $X \subseteq \mathbb{R}^n$ ein Kegel. $S \subseteq X$ heißt Erzeugendensystem für X, falls $cone(S) = X$. Ist S minimal (bezüglich Inklusion), dann nennt man S Kegelbasis.

Zeige:

(a) Für den $\mathbb{R}^2$ gibt es Kegelbasen unterschiedlicher Kardinalität.

(b) Eine Menge S ist genau dann Kegelbasis für einen Kegel X, wenn gilt $cone(S) = X$ und $\forall s \in S : s \notin cone(S \setminus \{s\})$.

(c) Bereits im $\mathbb{R}^2$ gibt es Kegel, die nicht polyedrisch sind. Besitzt Dein Beispiel eine Basis?

(20 Punkte)