Institut für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Nils Schweer

WS 06/07

Fortgeschrittene Lineare Optimierung
Übung 6 vom 07.12.2006

(Abgabe bis zum 14.12.2006, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes **vor** dem Raum F 310)

Aufgabe 1 (Vermeidung von Zykeln):
Betrachte das Transportnetzwerk in Abbildung 1 und das zugehörige Versandproblem. Die Zahlen an den Kanten stehen für Kosten c_{ij} und die Zahlen an den Knoten für Bilanzen.

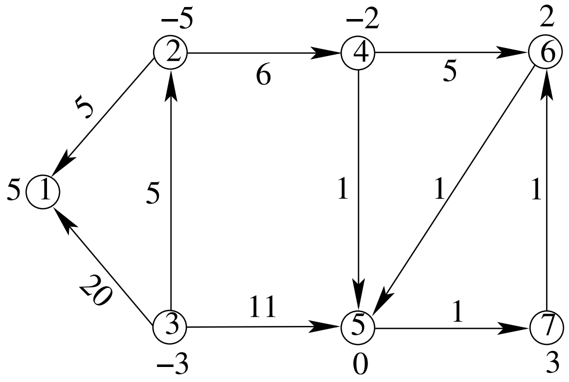

Abbildung 1: Ein Transportnetzwerk

Löse dieses Versandproblem mit dem Netzwerk-Simplexverfahren. Starte dabei mit folgender Basislösung:

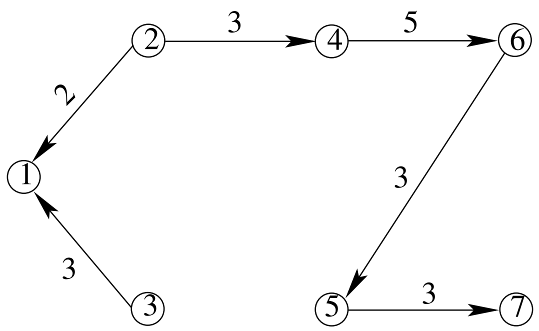

Abbildung 2: Die erste Basislösung

und benutze die Strategie von Cunningham zur Vermeidung von Zykeln bei der Bildung der neuen Basislösung $T + e - f$.

(15 Punkte)

Aufgabe 2 (Kegel):
Seien $a_1, \ldots, a_m \in \mathbb{K}^n$ und $A = (a_1, \ldots, a_m)$. Dann ist $cone(A) := cone(\{a_1, \ldots, a_m\}) := \{v \in K^n | \exists \lambda_1, \ldots, \lambda_m \geq 0 : v = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \cdot a_i\}$ der von $a_1, \ldots, a_m$ erzeugte Kegel.
Betrachte die Menge $X = P(A, 0) = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + x_2 - x_3 \leq 0, x_1 - x_2 - x_3 \leq 0, -x_1 + x_2 - x_3 \leq 0, -x_1 - x_2 - x_3 \leq 0\}$.

(a) Zeige: $\forall x, y \in X, \forall \mu, \lambda \geq 0 : \mu x + \lambda y \in X$, d.h., X ist ein Kegel.

(b) Nach Definition ist X polyedrisch (da $X = \{x \in R^3 | Ax \leq 0\}$). Gib eine Menge $S = \{b_1, \ldots, b_m\}$ an, so dass $cone(S) = X$ ist.

(15 Punkte)