Institut für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

WS 06/07

Prof. Dr. Sándor Fekete
Nils Schweer

Fortgeschrittene Lineare Optimierung
Übung 4 vom 23.11.2006

(Abgabe bis zum 30.11.2006, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes **vor** dem Raum F 310)

Aufgabe 1 (Ein Versandproblem):
Betrachte das Transportnetzwerk in Abbildung 1 und das zugehörige Versandproblem. Die Zahlen an den Kanten stehen für Kosten c_{ij} und die Zahlen an den Knoten für Bilanzen.

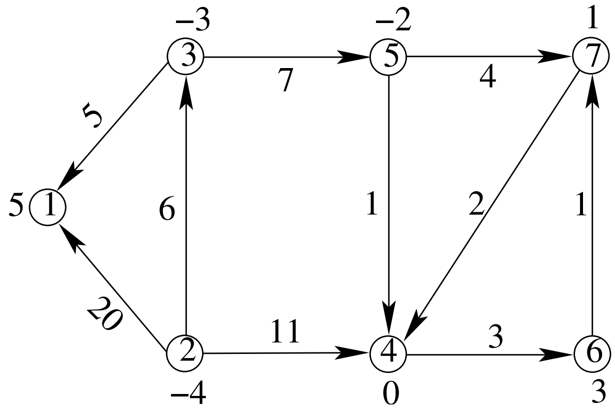

Abbildung 1: Ein Transportnetzwerk

Löse dieses Versandproblem mit dem Netzwerk-Simplexverfahren. Starte dabei mit folgender Basislösung:

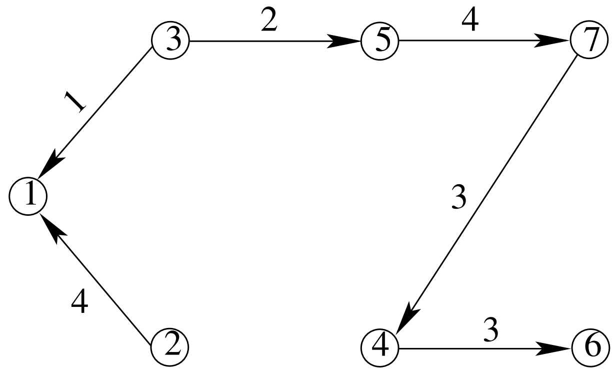

Abbildung 2: Die erste Basislösung

und wähle in jeder Iteration die Kante (i, j) mit maximalem positivem Wert $y_j - y_i - c_{ij}$ zur Bildung der neuen Basislösung.

(15 Punkte)

Aufgabe 2 (Inzidenzmatrizen):
Sei A die $n \times m$ Knoten-Kanten-Inzidenzmatrix (oder einfach: Inzidenzmatrix) eines gerichteten Graphen (ohne Paare von entgegengesetzten Kanten), d.h. A hat eine Zeile für jeden Knoten und eine Spalte für jede Kante. Es gilt $a_{v,(x,y)} = -1$ für $v = x$, $a_{v,(x,y)} = 1$ für $v = y$ und $a_{v,(x,y)} = 0$ für $v \notin \{x, y\}$.

(a) Betrachte die $n \times n$ Matrix $M = (m_{ij})$ mit $M := AA^t$ und zeige:

$$m_{ij} = \begin{cases} d(i) & \text{falls } i = j \\ -1 & \text{falls } i \text{ und } j \text{ adjazent} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases},$$

wobei $d(i)$ die Anzahl der mit dem i-ten Knoten inzidenten Kanten ist.

(b) Wie sieht die Matrix A^tA aus?

(6+9 Punkte)

Die Fachgruppe Mathematik lädt alle Studierenden herzlich zur Nikolausfeier am 05.12.2006 um 18:00 Uhr in die Hängemathe ein.