Institut für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

WS 06/07

Prof. Dr. Sándor Fekete
Nils Schweer

Fortgeschrittene Lineare Optimierung
Übung 2 vom 09.11.2006

(Abgabe bis zum 16.11.2006, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes **vor** dem Raum F 310)

Aufgabe 1 (Versandprobleme mit Bilanz):

Betrachte ein Netzwerkproblem der Form $\min\{cx \mid Ax \substack{\leq \\ \geq} b, x \geq 0\}$ mit der Inzidenzmatrix A des dazugehörigen Transportnetzwerkes und der Bilanzsumme $\sum_{i=1}^{n} b_i \neq 0$. In diesem Falle soll soviel Nachfrage und Angebot wie möglich transportiert werden, – also der kleinere der beiden Beträge befriedigt werden.

Zeige: Für jedes solche Problem gibt es ein äquivalentes Problem auf einem Graphen G' mit Inzidenzmatrix A', Kosten c' und Bilanzen b'_i, für die $\sum_{i=1}^{n'} b'_i = 0$ gilt. (Äquivalent heißt in diesem Falle: Aus einer Lösung von $\min\{c'x' \mid A'x' = b, x' \geq 0\}$ lässt sich immer unmittelbar eine Lösung des ursprünglichen Problems ablesen – und umgekehrt!)

Daher reicht es also, eine Lösungsmethode für den Fall zu erarbeiten, dass Gesamtangebot und Gesamtnachfrage gleich sind.

(15 Punkte)

Aufgabe 2 (Bäume und Blätter):

Zeige, dass (auch im Winter) jeder Baum $T = (V, E)$ mindestens ein Blatt hat, d.h. einen Knoten vom Grad 1.

Unter welchen Bedingungen lässt sich diese Zahl auf zwei erhöhen?

(15 Punkte)