Institut für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

WS 06/07

Prof. Dr. Sándor Fekete
Nils Schweer

Fortgeschrittene Diskrete Optimierung
Übung 6 vom 14.12.2006

(Abgabe bis zum 21.12.2006, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes **vor** dem Raum F 310)

Aufgabe 1 (Inklusions-maximale Matchings):

Ein Matching M_0 in einem Graphen G heisst *inklusions-maximal*, falls es in G kein Matching M mit $M_0 \subset M$ gibt.

Sei G ein Graph und M_1, M_2 zwei inklusions-maximale Matchings in G. Zeige, dass $|M_1| \leq 2|M_2|$.

(25 Punkte)

Aufgabe 2 (Augmentierende Pfade):

Betrachte den Graphen G_1 mit Matching M_1 in Abbildung 1 und den Graphen G_2 mit Matching M_2 in Abbildung 2. Die Matchingkanten sind fett angezeichnet.

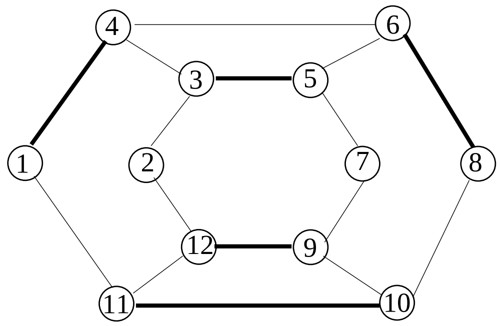

Abbildung 1: Graph G_1

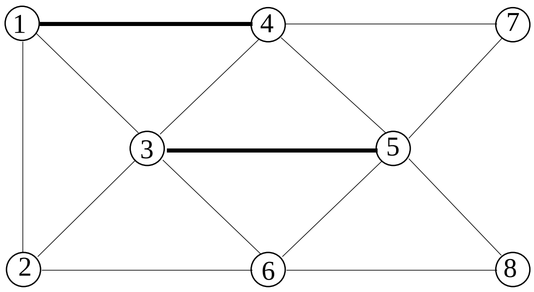

Abbildung 2: Graph G_2

Bestimme Matchings maximaler Grösse für jeweils G_1 und G_2 anhand von Verbesserungen der aktuellen Matchings durch augmentierende Pfade.

(10 Punkte)

Aufgabe 3 (Zerlegung in Matchings):

Ein Graph heisst *k-regulär*, wenn alle Knoten Grad k haben. Zeige, dass ein k-regulärer, bipartiter Graph sich in k kantendisjunkte perfekte Matchings zerlegen lässt.

(Tipp: verwende den Satz von Hall oder den Satz von König und Induktion.)

(25 Punkte)