

Prof. Dr. Sándor Fekete  
 Nils Schwer

## Fortgeschrittene Diskrete Optimierung

### Übung 6 vom 14.12.2006

(Abgabe bis zum 21.12.2006, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes **vor** dem Raum F 310)

#### **Aufgabe 1 (Inklusions-maximale Matchings):**

Ein Matching  $M_0$  in einem Graphen  $G$  heisst *inklusions-maximal*, falls es in  $G$  kein Matching  $M$  mit  $M_0 \subset M$  gibt.

Sei  $G$  ein Graph und  $M_1, M_2$  zwei inklusions-maximale Matchings in  $G$ . Zeige, dass  $|M_1| \leq 2|M_2|$ .

(25 Punkte)

#### **Aufgabe 2 (Augmentierende Pfade):**

Betrachte den Graphen  $G_1$  mit Matching  $M_1$  in Abbildung 1 und den Graphen  $G_2$  mit Matching  $M_2$  in Abbildung 2. Die Matchingkanten sind fett angezeichnet.

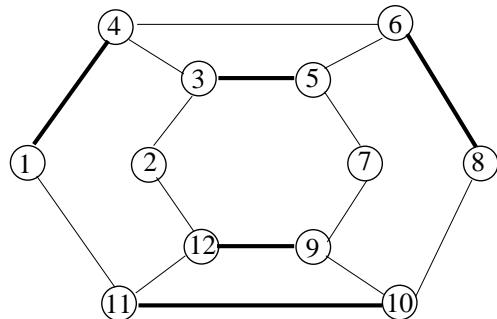


Abbildung 1: Graph  $G_1$

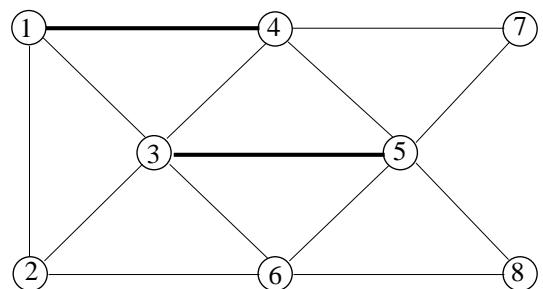


Abbildung 2: Graph  $G_2$

Bestimme Matchings maximaler Grösse für jeweils  $G_1$  und  $G_2$  anhand von Verbesserungen der aktuellen Matchings durch augmentierende Pfade.

(10 Punkte)

#### **Aufgabe 3 (Zerlegung in Matchings):**

Ein Graph heisst  $k$ -regulär, wenn alle Knoten Grad  $k$  haben. Zeige, dass ein  $k$ -regulärer, bipartiter Graph sich in  $k$  kantendisjunkte perfekte Matchings zerlegen lässt.

(Tipp: verwende den Satz von Hall oder den Satz von König und Induktion.)

(25 Punkte)