Institut für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Nils Schweer

WS 2005/2006

Einführung in die Mathematische Optimierung
Übung 10 vom 11.01.2006

(Abgabe bis zum 18.01.2006, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes **vor** dem Raum F 310)

Aufgabe 1 (CPLEX):

Gegeben sei das folgende lineare Programm:

$$\begin{array}{lrcrcrcrcl}
\max & x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & 4x_4 & & \\
\text{unter} & x_1 & + & 4x_2 & - & 2x_3 & + & 2x_4 & \leq & 6 \\
& 2x_1 & - & 2x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & \leq & 8 \\
& 2x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & \leq & 7 \\
& x_1 & + & 4x_2 & + & 4x_3 & + & 2x_4 & \leq & 9 \\
& & & x_1, & x_2, & x_3, & x_4 & & \geq & 0
\end{array}$$

a) Löse das lineare Programm mit Hilfe von CPLEX. Gib die Optimallösung, die Werte der Dualvariablen, die reduzierten Kosten und die Werte der Schlupfvariablen an.

b) Mit den Befehlen *dis sen obj* - bzw. *dis sen rhs* - kann man zwei verschiedene Arten von sog. Sensitivitätsanalysen durchführen. Was sagen die Ausgaben von CPLEX aus?

   (Tipp: Unter http://www.math.tu-bs.de/∼schweer/cpman.pdf befindet sich ein ausführliches CPLEX Manual.)

c) Ersetze im LP die Bedingung $x_1, \ldots x_4 \geq 0$ durch $x_1, \ldots x_4 \in \mathbb{Z}$ und löse das MIP. Welche Lösung erhälst Du?

d) Ersetze im LP die Bedingung $x_1, \ldots x_4 \geq 0$ durch $x_1, \ldots x_4 \in \{0, 1\}$ und löse das MIP. Welche Lösung erhälst Du?

e) Ersetze alle $\leq$ durch $=$ bzw. $\geq$ und löse jeweils das lineare Programm. Was für Ergebnisse erhälst Du?

(10+12+6+6+6 Punkte)

Aufgabe 2 (Duale Simplexmethode):
Gegeben sei das folgende lineare Programm:

$$\begin{array}{lrcrcl}
\max & -3x_1 & - & x_2 & & \\
\text{unter} & x_1 & + & x_2 & \geq & 1 \\
& 2x_1 & + & 3x_2 & \geq & 2 \\
& x_1 & , & x_2 & \geq & 0
\end{array}$$

a) Führe Schlupfvariablen ein und gib die zugehörige Basislösung an.

   Man erhält eine Basislösung, die optimal wäre, wenn sie zulässig wäre. Die Optimalität ergibt sich aus der Tatsache, dass es sich um ein Maximierungsproblem handelt und alle reduzierten Kosten negativ sind. Das Ziel ist es also, Zulässigkeit zu erreichen.

b) Um Zulässigkeit zu erreichen, führe folgende Prozedur durch:

   1.) Wähle eine Pivotzeile r mit $b_r \leq 0$ und $b_r = min\{b_j | j = 1, \dots m\}$.

   2.) Bestimme die Pivotspalte s mit $\frac{c_s}{a_{rs}} = min\{\frac{c_i}{a_{ri}} | a_{ri} < 0$ und Variable x_i ist nicht in der Basis $\}$.

   3.) Erzeuge wie gehabt einen Einheitsvektor in der ausgewählten Spalte.

c) Wiederhole Schritt b) so lange, bis Du eine zulässige Lösung gefunden hast.

Diese Vorgehen entspricht dem dualen Simplexalgorithmus.

(2+9+9 Punkte)