Institut für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

WS 2005/2006

Prof. Dr. Sándor Fekete
Nils Schweer

Einführung in die Mathematische Optimierung
Übung 9 vom 21.12.2005

(Abgabe bis zum 11.01.2006, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes **vor** dem Raum F 310)

Aufgabe 1 (Dualität bei unbeschränkten Problemen):

Betrachte folgendes Paar dualer linearer Programme:

$$
\begin{array}{llrcl}
(P) & \max & c^T x & & \\
 & \text{unter} & Ax & = & b \\
 & & x & \geq & 0
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{llrcl}
(D) & \min & y^T b & & \\
 & \text{unter} & y^T A & \geq & c^T
\end{array}
$$

Seien $P = \{x \mid Ax = b\}$ und $D = \{y \mid y^T A \geq c^T\}$ die Lösungsmengen von (P) bzw. (D).

(a) Sei $P \neq \emptyset$. Zeige : $c^T x$ nach oben unbeschränkt $\iff$ $D = \emptyset$.

(b) Sei $D \neq \emptyset$. Zeige : $y^T b$ nach unten unbeschränkt $\iff$ $P = \emptyset$.

(Tipp: Benutze das Farkas-Lemma bzw. eine Variante)

Aufgabe 2 (Klee-Minty Würfel):

Gegeben sei das folgende lineare Programm:

$$
\begin{array}{lrcrcrcr}
\max & 100x_1 & + & 10x_2 & + & x_3 & & \\
\text{unter} & x_1 & & & & & \leq & 1 \\
 & 20x_1 & + & x_2 & & & \leq & 100 \\
 & 200x_1 & + & 20x_2 & + & x_3 & \leq & 10000 \\
 & & & & & x_1,\ x_2,\ x_3 & \geq & 0
\end{array}
$$

Zeige, der Simplexalgorithmus braucht exponentiell viele Schritte (in der Anzahl der Variablen), um das LP zu lösen. Dabei soll als Pivotspalte immer die mit dem kleinsten negativen Kostenkoeffizienten gewählt werden.

Das durch die Nebenbedingungen beschriebene Polytop hat die Form eines Würfels und wurde 1972 von Klee und Minty angegeben.