

Prof. Dr. Sándor Fekete
Nils Schweer

Einführung in die Mathematische Optimierung Übung 7 vom 07.12.2005

(Abgabe bis zum 14.12.2005, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes vor dem Raum F 310)

Aufgabe 1 (Vertex Cover und Matching):

Sei $G = (V, E)$ ein Graph, VC_{opt} ein optimales Vertex Cover und M_{opt} ein optimales Matching in G .

- a) Zeige: $|VC_{opt}| \leq 2 \cdot |M_{opt}|$.
- b) Gib eine Klasse von Graphen an, für die $|VC_{opt}|$ beliebig groß wird und die Ungleichung aus a) immer mit Gleichheit erfüllt ist.

Zur Erinnerung:

Ein Vertex Cover ist eine Menge von Knoten, so dass jede Kante von G inzident zu einem Knoten aus dieser Menge ist.

Ein Matching ist eine Menge Kanten, die paarweise keinen gemeinsamen Endpunkt haben.

Ein Vertex Cover bzw. Matching heißt optimal, wenn es kein Vertex Cover bzw. Matching mit kleinerer bzw. größerer Kardinalität gibt.

(15+15 Punkte)

Aufgabe 2 (Dualität):

Gegeben sei das folgende lineare Programm

$$\begin{array}{rcll} \max & c^T x & + & d^T y \\ & Ax & + & By & \leq & a \\ & Cx & + & Dy & = & b \\ & x & & & \geq & 0. \end{array}$$

Leite das duale Problem her, indem Du das lineare Programm zunächst auf Standardform bringst und dann dualisierst. Danach kann man dann noch Ungleichungen zusammenfassen.

(30 Punkte)