Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Nils Schweer

WS 2005/2006

Einführung in die Mathematische Optimierung
Übung 5 vom 23.11.2005

(Abgabe bis zum 30.11.2005, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes **vor** dem Raum F 310)

Aufgabe 1 (Basiswechsel):

Gegeben sei das folgende lineare Programm:

$$\begin{array}{lrcrcrcrcrcl}
\max & 7x_1 & + & 6x_2 & + & 5x_3 & - & 2x_4 & + & 3x_5 & & \\
\text{unter} & x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & - & 2x_4 & + & 2x_5 & \leq & 4 \\
& 4x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & + & x_5 & \leq & 5 \\
& 2x_1 & + & 4x_2 & + & 4x_3 & - & 2x_4 & + & 5x_5 & \leq & 5 \\
& x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & - & 2x_5 & \leq & 1 \\
& x_1, & & x_2, & & x_3, & & x_4, & & x_5, & \geq & 0
\end{array}$$

(a) Bringe das Problem auf Standardform. (Damit erhälst Du sofort eine zulässige Basis.) Wir bezeichnen die Spalten der Matrix A mit $a_{\cdot i}$, $i = 1, \ldots, 9$.

(b) Wir betrachten das Problem in Standardform. Tausche nun nacheinander die Vektoren $a_{\cdot 1}$, $a_{\cdot 2}$ und $a_{\cdot 3}$ in die Basis, so dass diese immer zulässig bleibt. Gib den Zielfunktionswert nach jedem Tausch an. Welcher Tausch ist unter diesem Aspekt sinnvoll, welcher nicht?

(5+25 Punkte)

Aufgabe 2 (Auf dem Weg zum Simplexverfahren):

Gegeben sei das folgende lineare Programm:

$$\begin{array}{lrcrcl}
\max & 3x_1 & + & 9x_2 & & \\
\text{unter} & 3x_1 & + & x_2 & \leq & 15 \\
& 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 18 \\
& 2x_1 & - & 3x_2 & \geq & -6 \\
& x_1, & & x_2 & \geq & 0.
\end{array}$$

a) Bringe das Problem auf Standardform (...gäähn...)

b) Wir betrachten das Problem in Standardform. Tausche nacheinander die Vektoren $a_{\cdot 2}$ und $a_{\cdot 1}$ in die Basis, so dass diese zulässig bleibt. Berechne nach jedem Tausch die sog. reduzierten Kosten c_k^{neu}, $k = 1, \ldots, 5$ nach der Formel: $c_k^{neu} = c_k^{alt} - \frac{a_{jk}}{a_{ji}} c_i^{alt}$. Dabei sind diese am Anfang folgendermaßen belegt: $c_1^{neu} = -3$, $c_2^{neu} = -9$ und $c_3^{neu} = c_4^{neu} = c_5^{neu} = 0$. (Das sind die Werte aus der Zielfunktion.) Mit $a_{\cdot i}$ sind wieder die Spalten der Matrix A gemeint und mit a_{ij} der Eintrag in Zeile i und Spalte j. i ist in der obigen Formel die Spalte, die in die Basis aufgenommen wird und j die Zeile, die durch den Quotiententest aus der Vorlesung ($min\{\frac{x_l}{y_l}, y_l \geq 0\}$) ausgewählt wird. (Notation vgl. Vorlesung bzw. große Übung am nächsten Montag.)

(1+29 Punkte)