Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Nils Schweer

WS 2005/2006

Einführung in die Mathematische Optimierung
Übung 3 vom 09.11.2005

(Abgabe bis zum 16.11.2005, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes **vor** dem Raum F 310)

Aufgabe 1 (Lineare Optimierung nur mit Gleichheitsrestriktionen):

Wie wir gesehen haben, gibt es viele gleichwertige Formulierungen für lineare Optimierungsprobleme – mit und ohne Gleichheitsrestriktionen. In dieser Aufgabe wollen wir zeigen, dass Probleme *nur* mit Gleichheitsrestriktionen eher langweilig sind.

(a) Zeige: $\exists x \in \mathbb{K}^n : Ax = b \iff (\forall u \in \mathbb{K}^m : u^\top A = 0 \implies u^\top b = 0)$
(Tipp: Benutze das bekannte Kriterium für die Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen. Für eine Richtung der Aussage beweise, dass entweder $(\exists x \in \mathbb{K}^n : Ax = b)$ oder $(\exists u \in \mathbb{K}^m : u^\top A = 0, u^\top b = 1)$ gilt.)

(b) Zeige, dass genau eine der folgenden Alternativen für das LP

$$\max_{Ax=b} c^\top x$$

zutrifft. Es ist entweder unzulässig oder zulässig und unbeschränkt oder zulässig und die Zielfunktion ist konstant auf $\{x \in \mathbb{K}^n \mid Ax = b\}$.

(12+18 Punkte)

Aufgabe 2 (LP grafisch):

Betrachte folgendes lineares Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{rcccccc}
\max & x_1 & - & x_2 & & \\
\text{unter} & x_1 & - & x_2 & \leq & 8 \\
& x_1 & + & x_2 & \leq & 12 \\
& x_1 & & & \leq & 10 \\
& & & x_2 & \leq & 5 \\
& x_1, & & x_2 & \geq & 0
\end{array}$$

a) Zeichne die Menge aller zulässigen Lösungen.

b) Schreibe das Problem in Standardform.

c) Zeichne die Projektionen der Basislösungen (des Problems aus b)) in das zweidimensionale Bild der zulässigen Lösungen. Markiere die zulässigen Basislösungen.

d) Gibt es degenerierte Basislösungen?

(8+5+9+8 Punkte)