

Prof. Dr. Sándor Fekete  
 Nils Schweer

## Einführung in die Mathematische Optimierung Übung 1 vom 26.10.2005

(Abgabe bis zum 02.11.2005, 13:00 durch Einwurf in den Übungskasten im dritten Stock des Forumsgebäudes **vor** dem Raum F 310)

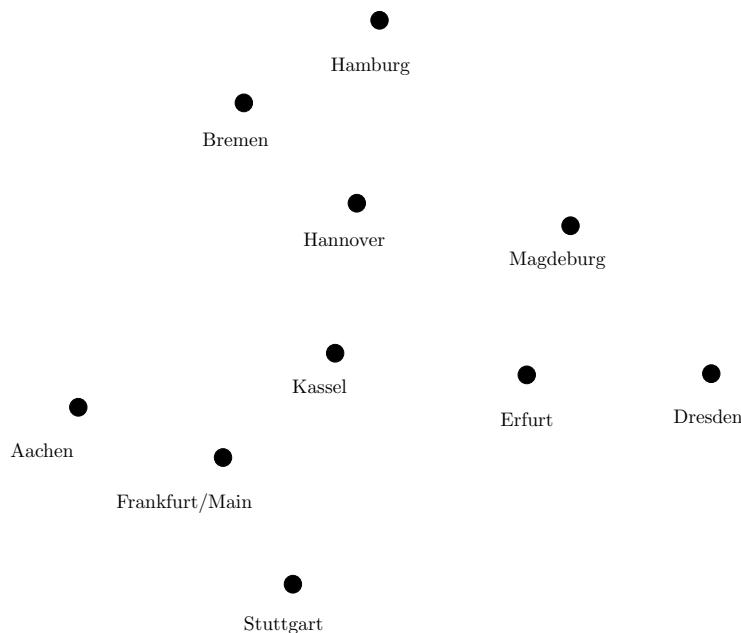


Abbildung 1: Zehn Städte in Deutschland

Zwischen je zwei dieser Städte gibt es eine direkte Straßenverbindung. Die Länge einer Verbindungskante  $e$  bezeichnen wir mit  $w_e$ . Die Werte (auf Vielfache von 10 Kilometern gerundet) sind die folgenden:

|    |                | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
|----|----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | Aachen         | 37 | 65 | 45 | 24 | 48 | 35 | 31 | 50 | 41 |
| 2  | Bremen         |    | 48 | 35 | 45 | 11 | 12 | 28 | 25 | 65 |
| 3  | Dresden        |    |    | 22 | 49 | 49 | 39 | 40 | 23 | 53 |
| 4  | Erfurt         |    |    |    | 27 | 38 | 29 | 14 | 21 | 44 |
| 5  | Frankfurt/Main |    |    |    |    | 51 | 36 | 19 | 45 | 20 |
| 6  | Hamburg        |    |    |    |    |    | 15 | 31 | 27 | 66 |
| 7  | Hannover       |    |    |    |    |    |    | 24 | 14 | 53 |
| 8  | Kassel         |    |    |    |    |    |    |    | 25 | 36 |
| 9  | Magdeburg      |    |    |    |    |    |    |    |    | 57 |
| 10 | Stuttgart      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Aufgabe: (Traveling Salesman Problem)**

Wir betrachten obige Instanz des Traveling Salesman Problem (TSP).

Im ersten Schritt geht es darum das TSP möglichst gut zu lösen. Diese Lösung kann z.B. durch Raten und Ausprobieren entstehen. Den Wert einer gefundenen Lösung bezeichnen wir mit  $L$ .

Im zweiten Schritt soll eine möglichst gute untere Abschätzung für den besten erreichbaren Wert  $L^*$  bewiesen werden. Der Wert einer solchen unteren Schranke sei  $S$ . (Im Idealfall hat man  $S = L$  und damit die Optimalität des Wertes  $L$  bewiesen, aber das kann unter Umständen schwer zu bewerkstelligen sein!)

Zur Erinnerung:

**Traveling Salesman Problem (TSP)**

Finden Sie eine möglichst kurze Rundreise, d.h. eine Tour, die in einer Stadt startet, alle anderen Städte genau einmal besucht und dann wieder zum Start zurückkehrt.

Die Punktzahl ergibt sich zu

$$60 \cdot S/L \text{ Punkten.}$$

(Maximal sind also 60 Punkte erreichbar. Ohne den Beweis einer unteren Schranke für die Aufgabe wird  $S = 0$  angesetzt; ohne eine gültige Lösung wird  $L = \infty$  angesetzt.)